№ 2376 МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИСиС»

Кафедра физики

Д.Е. Капуткин
В.В. Пташинский
Ю.А. Рахштадт

Физика

Оптика. Атомная и ядерная физика

Учебное пособие для практических занятий
Часть 3

Под редакцией доцента Ю.А. Рахштадта

Допущено учебно-методическим объединением
по образованию в области металлургии в качестве
учебного пособия для студентов высших учебных заведений,
обучающихся по направлению 150400 – Металлургия

МИСиС
ИЗДАТЕЛЬСКИЙ ДОМ

Москва 2014

УДК 530.1
К20

Р е ц е н з е н т
канд. физ.-мат. наук, доц. *Ю.В. Осипов*

Капуткин, Д.Е.

К20 Физика : Оптика. Атомная и ядерная физика : учеб. пособие для практ. занятий. Ч. 3 / Д.Е. Капуткин, В.В. Пташинский, Ю.А. Рахштадт ; под ред. Ю.А. Рахштадта. – М. : Изд. Дом МИСиС, 2014. – 103 с.
ISBN 978-5-87623-742-2

Данное учебное пособие содержит задачи по основным разделам общего курса физики для выполнения домашних заданий. В начале каждого раздела приводятся основные законы и формулы, а также примеры решения и оформления типовых задач. Даны задачи для самостоятельной подготовки. В приложении содержатся некоторые справочные данные.

Предназначено для студентов НИТУ «МИСиС» всех направлений подготовки.

УДК 530.1

ISBN 978-5-87623-742-2

ОГЛАВЛЕНИЕ

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ ЗАДАНИЙ

Решение физических задач является необходимой составной частью изучения курса физики. Знакомясь с основными физическими законами, нужно учиться применять их к решению конкретных задач.

При практическом исследовании из всей совокупности физических величин, характеризующих какой-либо процесс или объект, одни удается измерить непосредственно, другие вычисляются косвенным путем на основании известных зависимостей. При использовании различных методов исследования те величины, которые измерялись непосредственно в одном случае, оказываются неизвестными, искомыми в другом. Поэтому надо уметь подходить к анализу одного и того же явления с разных сторон, базируясь на различных совокупностях исходных данных.

Нахождение аналитического выражения, определяющего искомую величину через исходные данные, решение задачи в общем виде – это только часть дела. Ни одна задача, с которой в своей практической деятельности встречается инженер или научный сотрудник, не может считаться полностью решенной, пока не получено числовое значение искомой величины. Только тогда теоретический результат имеет практическую ценность, когда он может быть сопоставлен с экспериментальным. Поэтому умение вычислять результат с требуемой точностью по полученной формуле является совершенно необходимым. При подстановке исходных данных в окончательную формулу нужно следить за используемыми единицами измерения, уметь оценить порядок получаемого результата.

Помещенные в данном сборнике задачи сгруппированы по главам, охватывающим основные разделы общего курса физики. К каждой задаче, сформулированной в общем виде, дается в форме таблицы по 5 наборов числовых данных, обозначенных соответствующими номерами (шифрами). Величина, числовое значение которой требуется определить в данном шифре, обозначается знаком «?». Величины, обозначенные «–», для решения данного шифра не требуются, определять их не нужно.

Единицы измерения, в которых необходимо выразить определяемую величину, указаны в заголовке соответствующей графы таблицы числовых данных. Во многих случаях используются дольные или кратные от единиц СИ, а также другие единицы, применяемые в науке и технике. Таблицы единиц измерения физических величин, соотношения между различными единицами, приставки для образования кратных и дольных единиц, а также значения основных физических и астрономических постоянных содержатся в приложении (табл. П1 – П3).

В домашние задания, выполняемые студентами при изучении курса физики, включены задачи из настоящего сборника. Сроки сдачи домашних заданий устанавливаются семестровым графиком учебных занятий студентов. Номер варианта и номера задач, входящих в каждое задание, определяются маршрутом выполнения домашних заданий в соответствии с порядковыми номерами студентов по списку группы. Номер шифра выбирается также в соответствии с номером студента по списку согласно таблице:

Шифр	1	2	3	4	5
Номер студента по списку группы	01, 06, 11, 16, 21, 26	02, 07, 12, 17, 22, 27	03, 08, 13, 18, 23, 28	04, 09, 14, 19, 24, 29	05, 10, 15, 20, 25, 30

Задание должно быть оформлено в отдельной тонкой тетради школьного типа, на обложке которой указываются: группа, фамилия, порядковый номер студента по списку группы, номер задания, номер варианта, номера задач по сборнику, шифр.

При решении каждой задачи необходимо записать условия, дать чертеж, поясняющий задачу. На чертеже надо указать все рассматриваемые объекты, обозначения, векторы, систему координат. Необходимо разъяснить роль идеализации и допущений, сделанных в задаче.

Следует обосновать использование тех или иных физических законов и дать их математическую запись применительно к рассматриваемой задаче, выбрать при этом наиболее удобную для решения систему единиц (желательно СИ). Необходимо решить полученную систему уравнений и записать ответ (если возможно) в аналитическом виде. Затем произвести проверку размерности результата, а также сделать анализ полученного ответа.

Числовые данные следует подставлять в формулу только после того, как задача решена в общем виде. При этом их надо предварительно выразить в единицах одной системы (желательно СИ) – той же системы, в которой записаны все формулы. В случае, когда и в числитель, и в знаменатель формулы входят однородные величины (например, длина) с одинаковыми показателями степени, их допускается выражать в любых, но обязательно одинаковых единицах.

После подстановки числовых данных производится вычисление значения неизвестной величины. При расчетах следует руководствоваться правилами приближенных вычислений (например, если сомножители содержат по 4 значащих цифры, то произведение следует округлить до 3 значащих цифр, избегая лишних десятичных знаков).

Получив результат, необходимо указать сокращенное наименование или размерность единицы измерения искомой величины в той системе, в которой производилось вычисление. Затем, если нужно, выразить ответ в тех единицах, которые указаны в заголовке соответствующей графы таблицы числовых данных.

Глава 8. ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ И ВОЛНОВАЯ ОПТИКА

8.1. Законы геометрической оптики

8.1.1. Закон прямолинейного распространения света

В однородной среде свет распространяется *прямолинейно*. Линия, вдоль которой переносится световая энергия, называется *лучом*. В однородной среде лучи света представляют собой прямые линии. При малых размерах источника (светящаяся точка S) получается резко очерченная тень (рис. 8.1.1).

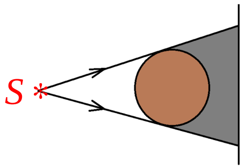

Рис. 8.1.1. Прямолинейность распространения света

8.1.2. Закон преломления света

Закон преломления устанавливает изменение направления луча при переходе из одной однородной среды в другую: падающий и преломленный лучи лежат в одной плоскости с нормалью к преломляющей поверхности в точке падения, а направления этих лучей связаны соотношением

$$\frac{\sin\varphi}{\sin\varphi''}=\frac{n_2}{n_1}=n_{21}, \tag{8.1.1}$$

где φ – угол падения (угол между лучом, падающим на поверхность, и нормалью к поверхности в точке падения);

φ'' – угол преломления (угол между преломленным лучом и нормалью к поверхности в точке падения);

n_1 и n_2 – показатели преломления соответственно первой и второй сред;

n_{21} – относительный показатель преломления двух сред.

Преломленный луч лежит в плоскости падения, причем отношение синуса угла падения φ к синусу угла преломления φ'' для рассматриваемых сред (рис. 8.1.2) обратно пропорционально отношению абсолютных показателей преломления сред n_1 и n_2.

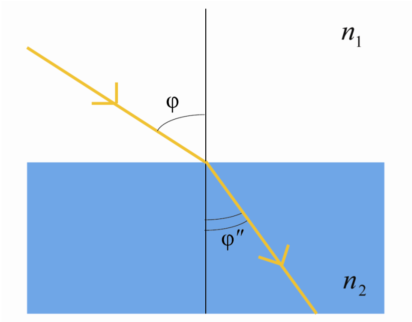

Рис. 8.1.2. Преломление света

Абсолютный показатель преломления среды определяется диэлектрической проницаемостью среды ε:

$$n = \sqrt{\varepsilon}\,. \qquad (8.1.2)$$

8.1.3. Построение изображений в тонких линзах

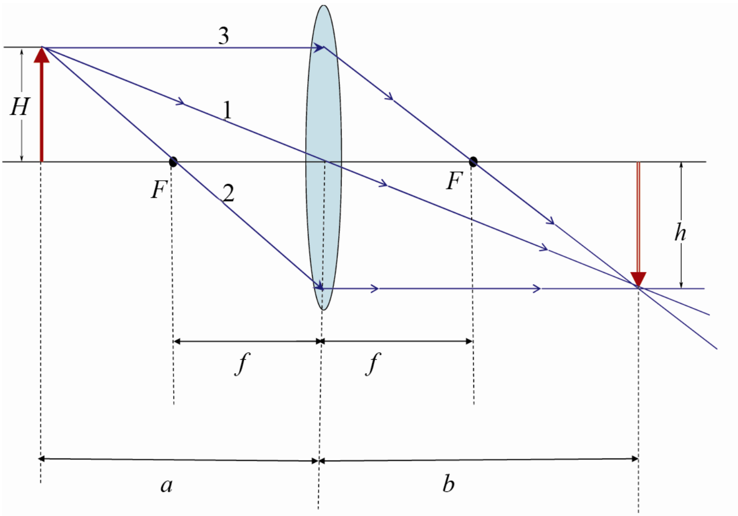

Рис. 8.1.3. Собирающая линза

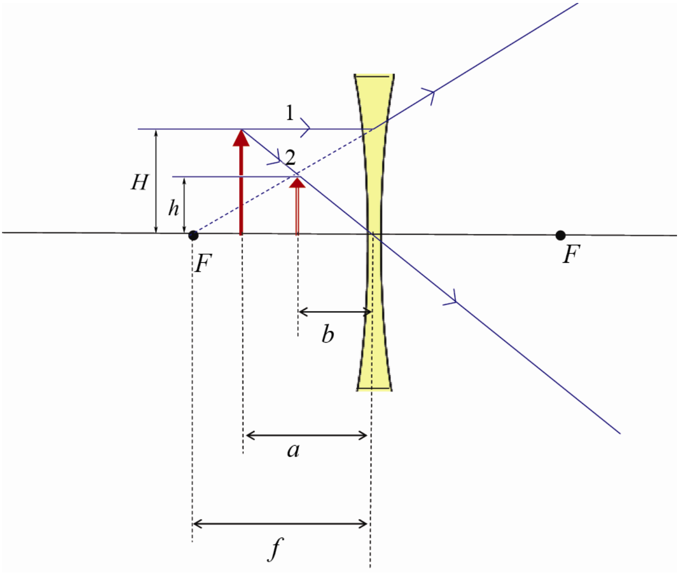

Рис. 8.1.4. Рассеивающая линза

8.1.4. Формула тонкой линзы

Оптическая сила линзы D определяется по формуле

$$D = \frac{1}{f} = \left(\frac{n_0}{n} - 1\right)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}, \qquad (8.1.3)$$

где f – фокусное расстояние линзы, $f > 0$ – линза собирающая (рис. 8.1.3), $f < 0$ – линза рассеивающая (рис. 8.1.4);

n_0, n – показатели преломления линзы и среды;

R_1, R_2 – радиусы кривизны линзы;

a – расстояние от предмета до линзы, всегда $a > 0$;

b – расстояние от линзы до изображения, $b > 0$ – изображение действительное, $b < 0$ – изображение мнимое.

8.1.5. Закон отражения света

Закон отражения устанавливает изменение направления луча в результате встречи с отражающей (зеркальной) поверхностью: падающий и отраженный лучи лежат в одной плоскости с нормалью к отражающей поверхности в точке падения (эта плоскость называется *плоскостью падения*), и эта нормаль делит угол между лучами на две равные части, т.е. угол отражения φ равен углу падения φ′ (рис. 8.1.5). Формально этот закон можно рассматривать как частный случай закона преломления при $n_1 = n_2$.

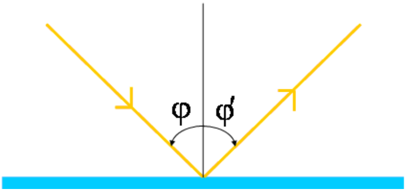

Рис. 8.1.5. Отражение света

8.1.6. Ход лучей в вогнутом зеркале

Центр сферы, из которой вырезан сегмент, называют *оптическим центром* зеркала (т. *C* на рис. 8.1.6). *Полюс зеркала* – т. *P*. Точка, в которой пересекаются после отражения лучи, падающие на сферическое зеркало параллельно *главной* оптической оси, называется *главным фокусом* зеркала *F*.

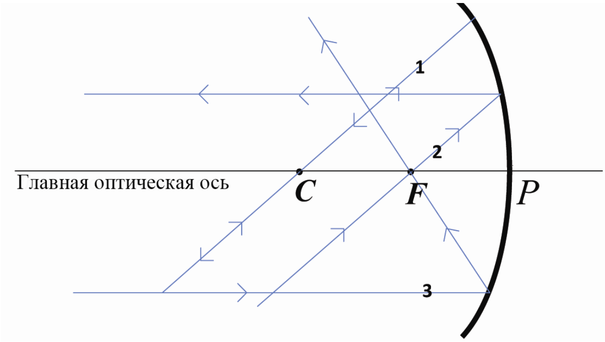

Рис. 8.1.6. Вогнутое зеркало

8.1.7. Основные формулы для сферического зеркала

Фокусное расстояние сферического зеркала

$$f = \frac{R}{2}, \tag{8.1.4}$$

где R – радиус кривизны зеркала.

Оптическая сила зеркала

$$\Phi = \frac{1}{f}. \tag{8.1.5}$$

Формула сферического зеркала

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}, \tag{8.1.5}$$

где a и b – расстояния от полюса зеркала до предмета и до изображения соответственно.

8.1.8. Полное внутреннее отражение

Полное внутреннее отражение – это отражение оптического излучения (света) или электромагнитного излучения другого диапазона (например, радиоволн) при его падении на границу раздела двух прозрачных сред из среды с бо́льшим показателем преломления. Полное внутреннее отражение осуществляется, когда угол падения φ превосходит некоторый предельный угол $\varphi_{пред}$ (рис. 8.1.7). При этом преломление во вторую среду прекращается.

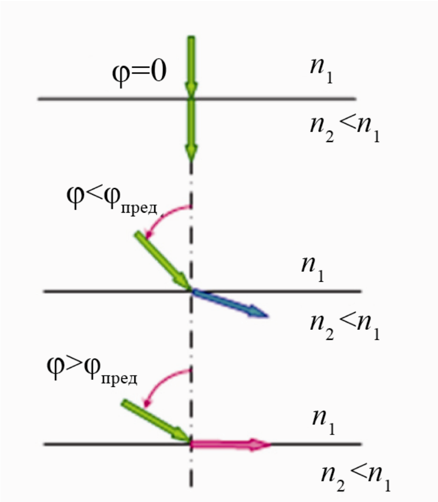

Рис. 8.1.7. К понятию полного внутреннего отражения

Примеры решения задач

Пример 8.1.1. Оптическая система представляет собой тонкую плосковыпуклую стеклянную линзу, сделанную из материала с показателем преломления n_0, выпуклая поверхность которой посеребрена (рис. 1). Определите главное фокусное расстояние f такой системы, если радиус кривизны сферической поверхности линзы равен R.

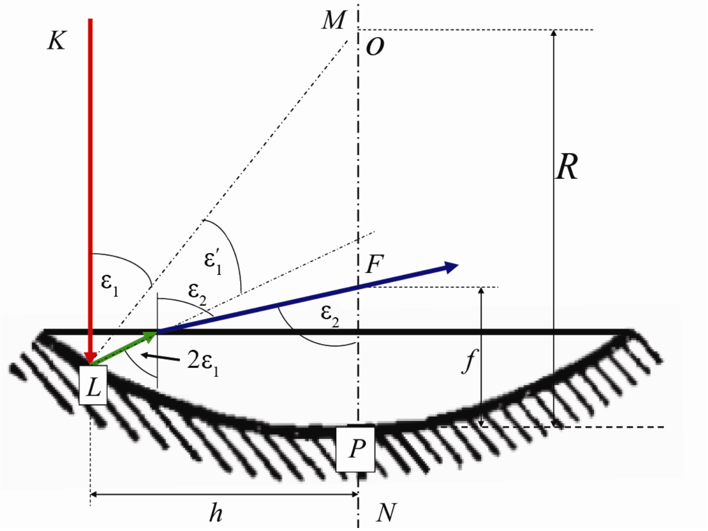

Рис. 1

Решение

Пусть на линзу падает параксиальный луч KL, параллельный главной оптической оси MN линзы (рис. 1). Так как луч KL перпендикулярен плоской поверхности линзы, то он проходит ее без преломления.

На сферическую посеребренную поверхность луч падает в точке L под углом ε_1 и отражается от нее под углом $\varepsilon_1 = \varepsilon_1'$. Отраженный луч падает на границу плоской поверхности линзы под углом $(2\varepsilon_1)$ и по выходе из линзы пересекает главную оптическую ось в точке F, образуя с осью угол ε_2. Длина полученного при этом отрезка FP равна искомому фокусному расстоянию рассматриваемой оптической системы.

Если учесть, что в силу параксиальности луча KL углы ε_1 и ε_2 малы, а их синусы и тангенсы практически равны самим углам, выраженным в радианах, то из рис. 1 следует

$$f = \frac{h}{\varepsilon_2} = \frac{R\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = R\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}. \qquad (1)$$

Входящее в формулу (1) отношение $\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}$ углов найдем, пользуясь законом преломления света, который в нашем случае записывает в виде

$$\frac{2\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = \frac{1}{n_0}, \qquad (2)$$

откуда

$$\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = \frac{1}{2n_0}.$$

Подставив это отношение углов в формулу (1), найдем

$$f = \frac{R}{2n_0}. \qquad (3)$$

Такой же результат можно получить и из формальных соображений. Так как луч *KL* последовательно проходит линзу, отражается от вогнутого зеркала и еще раз проходит линзу, то данную оптическую систему можно рассматривать как центрированную систему, состоящую из сложенных вплотную двух плосковыпуклых линз и сферического зеркала. Фокусное расстояние оптической системы может быть найдено по формуле

$$f = \frac{1}{\Phi}, \qquad (4)$$

где Ф – оптическая сила системы.

Как известно, оптическая сила системы равна алгебраической сумме оптических сил отдельных компонентов системы. В нашем случае

$$\Phi = (n_0 - 1)\frac{1}{R} + \frac{2}{R} + (n_0 - 1)\frac{1}{R} = \frac{2n_0}{R}, \qquad (5)$$

т.е.

$$f = \frac{1}{\Phi} = \frac{R}{2n_0},$$

что совпадает с результатом, полученным в формуле (3).

Домашние задания

Задача 8.1.1

Стержень длиной ℓ установлен вертикально на плоском дне сосуда с жидкостью. Лучи света падают под углом α к поверхности жидкости. Показатель преломления жидкости n, глубина сосуда h $(h < \ell)$. Длина тени от стержня на дне сосуда равна x. Определите неизвестную величину.

Шифр	ℓ, см	n	h, см	α, градус	x, см
1	15	1,62	7,6	38	?
2	28	1,48	?	35	25
3	27	?	12,0	65	20
4	?	1,33	65,0	52	40
5	?	1,33	35,0	57	20

Задача 8.1.2

Луч света падает на плоскопараллельную пластину толщиной d с показателем преломления n под углом α к нормали. После выхода из пластины смещение луча составляет величину x. Определите неизвестную величину.

Шифр	d, см	n	α, градус	x, см
1	1,5	1,52	62	?
2	?	1,42	48	0,80
3	2,5	1,71	21	?
4	?	1,63	35	0,25
5	0,57	?	75	0,36

Задача 8.1.3

При съемке с расстояния a_1 изображение предмета на фотопластинке имеет высоту h_1, а при съемке с расстояния a_2 – высоту h_2. Фокусное расстояние объектива фотоаппарата равно f. Определите неизвестную величину.

Шифр	a_1, м	h_1, мм	a_2, м	h_2, мм	f, мм
1	9,8	11,2	3,5	?	85
2	2,7	?	9,2	15,0	135
3	3,8	6,3	?	11,5	52
4	?	3,8	4,5	12,7	35
5	8,5	7,4	2,8	23,0	?

Задача 8.1.4

Линза с фокусным расстоянием f_0 из материала с показателем преломления n_0 дает в воздухе действительное изображение предмета на расстоянии a_0. Если погрузить предмет и линзу в жидкость с показателем преломления n, не меняя расстояния между ними, то изображение будет находиться на расстоянии a от линзы. Положительные расстояния a соответствуют действительному изображению. Определите неизвестную величину.

Шифр	f_0, см	n_0	a_0, см	n	a, см
1	11,5	?	13	1,33	+86
2	42,0	1,72	65	1,58	?
3	24,0	1,57	27	?	–210
4	13,3	1,55	?	1,46	+130
5	?	1,62	17	1,33	+45

Задача 8.1.5

Двояковыпуклая линза с радиусами кривизны R_1 и R_2 имеет в воздухе фокусное расстояние f_0, а в жидкости с показателем преломления n – фокусное расстояние f. Показатель преломления материала линзы n_0. Определите неизвестную величину.

Шифр	R_1, см	R_2, см	f_0, см	f, см	n_0	n
1	32	?	–	+110	1,56	1,33
2	24	39	?	–180	–	1,61
3	?	42	–	+130	1,53	1,28
4	45	32	–	?	1,58	1,72
5	37	65	–	+92	1,53	?

8.2. Интерференция света

8.2.1. Интерференция в пленках

Монохроматическая волна (длина волны λ) падает под углом i_1 на тонкую плоскопараллельную пластину (пленку), показатель преломления которой равен n_2. Пленка находится в воздухе (показатели преломления среды над и под пленкой $n_1 = n_3 = 1$).

В т. O (рис. 8.2.1) волна разделяется на преломленную (луч OA) и отраженную (луч OM).

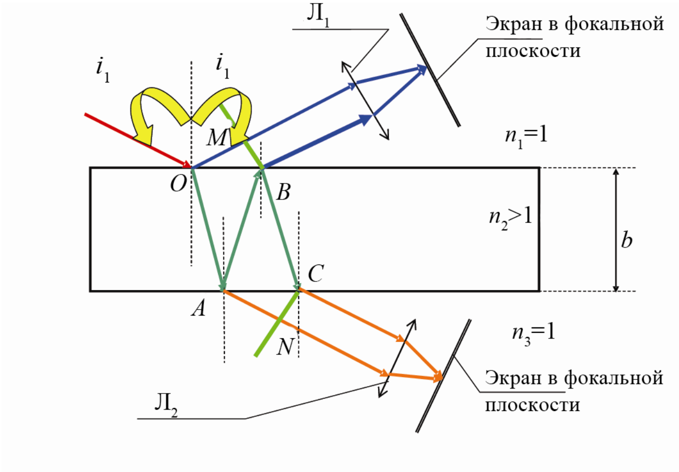

Рис. 8.2.1. Интерференция света в тонких пластинках (пленках):
Л$_1$, Л$_2$ – фокусирующие линзы: i_1 – угол падения; b – толщина пленки;
n_2 – показатель преломления вещества пленки;
$OM = AN$ и $OA = AB = BC$

После отражений внутри пленки в т. A и B и преломлений на границах раздела «пленка–воздух» в т. A, B и C происходит интерференция как отраженных волн, так и преломленных.

Оптическая разность хода равна:

в отраженном свете

$$\Delta\ell^{\text{отр}} = n_2(OA + AB) - (OM)n_1 = n_2(OA + AB) - (OM); \qquad (8.2.1)$$

в проходящем свете

$$\Delta\ell^{\text{пр}} = n_2(AB + BC) - (AN)n_3 = n_2(AB + BC) - (AN). \qquad (8.2.2)$$

Можно показать, что

$$\Delta\ell^{\text{отр}} = \Delta\ell^{\text{пр}} = \Delta\ell = 2b\sqrt{n_2^2 - \sin^2 i_1}. \qquad (8.2.3)$$

Полная оптическая разность хода

$$\Delta L = \Delta\ell \pm \delta\ell. \qquad (8.2.4)$$

В рассматриваемом примере:

в отраженном свете при отражении в т. O –

$$\delta\ell = \pm\frac{\lambda}{2};$$

$$\Delta L = 2b\sqrt{n_2^2 - \sin^2 i_1} \pm \frac{\lambda}{2} = \pm k\frac{\lambda}{2}, \qquad (8.2.5)$$

где $k = \begin{cases} 2m \to \max, \\ 2m+1 \to \min; \end{cases}$

в проходящем свете при отражении в т. A –

$$\delta\ell = 0;$$

$$\Delta L = 2d\sqrt{n_2^2 - \sin^2 i_1} = \pm k\frac{\lambda}{2}, \qquad (8.2.6)$$

где $k = \begin{cases} 2m \to \max, \\ 2m+1 \to \min. \end{cases}$

Примеры решения задач

Пример 8.2.1. Вычислите наименьшую толщину мыльной пленки с показателем преломления $n_2 = 1{,}33$, при которой будет видна интерференционная картина. На пленку падает свет с длиной волны $\lambda = 0{,}6$ мкм $= 6\cdot10^{-7}$ м, наблюдение ведется в отраженном свете (см. рис. 8.2.1).

Решение

Оптическая разность хода при наблюдении интерференции на пленках равна (см. рис. 8.2.1)

$$\Delta\ell = 2d\sqrt{n_2^2 - \sin^2 i_1}. \qquad (1)$$

Так как в т. O падающая волна отражается от оптически более плотной среды ($n_2 > n_1$), то разность хода меняется на $\frac{\lambda}{2}$ и *полная* оптическая разность хода, с учетом выражения (1), будет равна

$$\Delta L = 2d\sqrt{{n_2}^2 - \sin^2 i_1} + \frac{\lambda}{2}. \qquad (2)$$

Поскольку условием интерференционных максимумов является

$$\Delta L = 2m\frac{\lambda}{2}, \qquad (3)$$

то из сравнения формул (2) и (3) следует, что

$$2d\sqrt{n_2{}^2 - \sin^2 i_1} = (2m-1)\frac{\lambda}{2},$$

или

$$d = \frac{(2m-1)\lambda}{4\sqrt{n_2{}^2 - \sin^2 i_1}}.$$

Толщина пленки минимальна, если $m = 1$ и $i_1 = 0$. Следовательно,

$$d_{\min} = \frac{\lambda}{4n_2}.$$

Подставим числовые значения и выполним вычисления:

$$d_{\min} = \frac{6\cdot 10^{-7}}{4\cdot 1{,}33} = 1{,}13\cdot 10^{-7}\ \text{м} = 113\ \text{нм}.$$

Домашние задания

Задача 8.2.1

На плоскопараллельную пластинку толщиной d с показателем преломления n падает параллельный пучок света под углом α к нормали. При наблюдении интерференции в отраженном свете максимально усиливаются волны длиной λ. Определите неизвестную величину.

Шифр	d, мкм	n	α, градус	λ, нм
1	0,1	1,33	0	?
2	?	1,42	30	493
3	0,15	?	45	532
4	0,12	1,35	?	510
5	0,1	1,3	60	?

Задача 8.2.2

На стеклянную пластинку с показателем преломления n_2 нанесена прозрачная пленка толщиной d с показателем преломления n_1. На пленку нормально к поверхности падает монохроматический свет длиной волны λ. В результате интерференции отраженные лучи максимально ослаблены. Определите неизвестную величину.

Шифр	n_1	n_2	λ, нм	d, нм
1	1,4	1,5	600	?
2	1,5	1,3	?	105
3	1,35	1,4	?	110
4	1,5	1,6	630	?
5	1,4	1,3	620	?

Задача 8.2.3

На поверхности воды (показатель преломления воды равен n_2) находится тонкая пленка метилового спирта толщиной d (показатель преломления пленки равен n_1). На пленку под углом α к поверхности падает монохроматический свет с длиной волны λ. В результате интерференции отраженные лучи максимально ослаблены. Определите неизвестную величину.

Шифр	n_1	n_2	λ, нм	d, нм	α, градус
1	1,33	1,333	589	?	45
2	1,3	1,38	?	105	30
3	1,35	1,4	?	110	60
4	1,5	1,6	600	?	75
5	1,28	1,3	620	?	35

8.2.2. Кольца Ньютона

Плосковыпуклая линза обращена выпуклой поверхностью с большим радиусом кривизны R к пластине и соприкасается с ней (рис. 8.2.2).

При падении света по нормали на плоскую поверхность линзы (луч 1) свет частично отражается от верхней (луч 2) и нижней (луч 3) поверхностей воздушного промежутка (клина) между линзой и пластиной. Для луча света, проходящего через линзу, характерна определенная толщина воздушного клина b. Так как верхняя и нижняя поверхности клина не параллельны, то отраженные от них волны пересекутся вблизи поверхности клина. При наложении этих отраженных когерентных волн образуется интерференционная картина, в центре которой находится темное пятно (кольцо нулевого порядка) и вокруг него система чередующихся светлых и темных *колец Ньютона* с радиусами r_m (r_m – радиус m-го кольца).

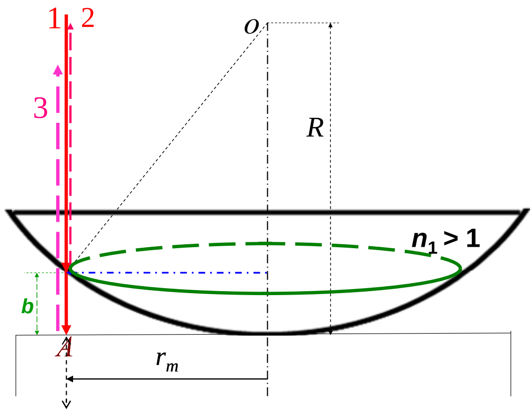

Рис. 8.2.2. Наблюдение колец Ньютона в отраженном свете

Так как каждое из колец Ньютона образуется в результате интерференции волн, отраженных от участков клина одинаковой толщины, эти кольца относятся к ***интерференционным полосам равной толщины.*** Из рис. 8.2.2 следует, что *полную оптическую разность хода* лучей, отраженных от верхней и нижней поверхностей воздушного клина на произвольном расстоянии r_m от т. O, с достаточной степенью точности можно считать равной

$$2bn_2 - \frac{\lambda}{2} = \pm k\frac{\lambda}{2}, \tag{8.2.1}$$

где b – толщина клина;

$n_2 = n_{\text{воздуха}} = 1$;

слагаемое $(-\lambda/2)$ обусловлено изменением фазы световой волны при отражении в т. A от границы раздела сред: оптически менее плотной (воздух) и оптически более плотной (стекло).

Радиусы колец Ньютона определяются по формуле[1] (см. рис. 8.2.2):

---

[1] При этом расчете предполагается, что верхняя и нижняя поверхности клина параллельны, т.е. считаем кривизну линзы достаточно малой.

$$2Rb = r_m^2, \qquad (8.2.2)$$

где R – радиус кривизны линзы;

b – толщина воздушного клина, соответствующего данному номеру кольца.

Тогда из уравнений (8.2.1) и (8.2.2) следует, что

$$\Delta L = \frac{r_m^2}{R} - \frac{\lambda}{2}. \qquad (8.2.3)$$

Для *светлых* колец в отраженном свете будем иметь:

$$r_m^2 = R\frac{\lambda}{2}(2m-1), \qquad (8.2.4)$$

а для *темных* колец:

$$r_m^2 = R\lambda m, \qquad (8.2.5)$$

где r_m – радиус m-го кольца, здесь $m = (1, 2, \ldots)$.

Примеры решения задач

Пример 8.2.2. Найдите показатель преломления жидкости (n_2), заполняющей пространство между стеклянной пластинкой и лежащей на ней плосковыпуклой линзой, если при наблюдении в отраженном свете (λ = 0,6 мкм) радиус r десятого *темного* кольца Ньютона оказался равным 2,1 мм. Радиус кривизны линзы R = 1 м.

Решение

Полная оптическая разность хода лучей, отраженных от верхней и нижней поверхностей воздушного клина на произвольном расстоянии r_m от т. O (рис. 8.2.2) равна

$$\Delta L = 2bn_2 - \frac{\lambda}{2} = \pm k\frac{\lambda}{2}, \qquad (1)$$

где b – толщина клина.

Радиусы темных колец Ньютона в соответствии с формулой (8.2.2):

$$2Rb = r_m^2, \qquad (2)$$

где R – радиус кривизны линзы;

b – толщина воздушного клина, соответствующего данному номеру кольца.

Полная оптическая разность хода для образования *темных* колец в отраженном свете

$$\Delta L = 2bn_2 - \frac{\lambda}{2} = \pm(2m-1)\frac{\lambda}{2}. \qquad (3)$$

Из уравнений (2) и (3) следует, что для *темных* колец в отраженном свете будем иметь:

$$r_m^2 = \frac{R\lambda m}{n_2}. \qquad (4)$$

Отсюда показатель преломления n_2 жидкости

$$n_2 = \frac{R\lambda m}{r_m^2} = \frac{1\cdot 10\cdot 0{,}6\cdot 10^{-6}}{\left(2{,}1\cdot 10^{-3}\right)^2} = 1{,}36.$$

Домашние задания

Задача 8.2.4

У плосковыпуклой линзы с радиусом R имеется сошлифованный плоский участок радиусом r_0, которым она соприкасается со стеклянной пластиной. При наблюдении в отраженном свете с длиной волны λ радиус m-го светлого кольца равен r_m. Определите неизвестную величину.

Шифр	R, см	r_0, мм	λ, мкм	m	r_m, мм
1	170	3,0	?	6	3,8
2	?	1,7	0,64	5	4,2
3	230	4,1	0,63	12	?
4	75	2,3	0,69	4	?
5	96	?	0,55	7	4,0

Задача 8.2.5

Плосковыпуклая линза с фокусным расстоянием f из стекла с показателем преломления n лежит выпуклой стороной на стеклянной пластине. Радиус m-го светлого кольца Ньютона в отраженном свете равен r_m при длине волны света λ. Определите неизвестную величину.

Шифр	f, м	n	m	r_m, мм	λ, мкм
1	6,7	?	3	2,2	0,55
2	0,99	1,73	5	1,3	?
3	?	1,64	8	1,6	0,69
4	?	1,62	4	2,1	0,59
5	0,90	1,51	7	?	0,43

Задача 8.2.6

Кольца Ньютона в отраженном свете наблюдаются с помощью плосковыпуклой линзы с радиусом кривизны R_1, положенной на вогнутую сферическую поверхность с радиусом кривизны R_2. Длина волны света равна λ, радиус m-го кольца r_m. Определите неизвестную величину.

Шифр	R_1, м	R_2, м	λ, мкм	m	r_m, мм
1	1,5	3,1	?	5	3,2
2	4,8	?	0,63	4	6,1
3	1,4	2,3	0,59	8	?
4	?	3,4	0,69	7	3,0
5	1,1	3,2	0,55	3	?

Задача 8.2.7

Две плосковыпуклые линзы с радиусами кривизны R_1 и R_2 сложены выпуклыми поверхностями. Радиус m-го светлого интерференционного кольца, наблюдаемого в отраженном свете, равен r_m для длины волны λ. Определите неизвестную величину.

Шифр	R_1, м	R_2, м	λ, мкм	m	r_m, мм
1	2,1	1,6	0,59	7	?
2	?	1,9	0,48	4	1,3
3	3,2	2,6	?	3	1,3
4	1,4	2,7	0,69	11	?
5	2,1	?	0,63	5	1,8

Задача 8.2.8

Плосковыпуклая линза с фокусным расстоянием f из стекла лежит выпуклой стороной на стеклянной пластине. Показатель преломления стекла равен n. Радиус m-го темного кольца Ньютона в отраженном свете равен r_m при длине волны света λ. Определите неизвестную величину.

Шифр	f, м	n	m	r_m, мм	λ, мкм
1	0,76	1,5	5	0,9	?
2	?	1,3	6	0,8	0,450
3	0,80	1,4	?	0,85	0,451
4	0,75	1,3	4	?	0,500
5	0,78	?	3	0,95	0,771

Задача 8.2.9

Плосковыпуклая линза из кронгласа (радиус кривизны линзы равен R, показатель преломления равен n_1) лежит на плоскопараллельной пластинке из флинтгласа (показатель преломления равен n_3). Пространство между ними заполнено бензолом (показатель преломления равен n_2). При наблюдении в отраженном монохроматическом свете с длиной волны λ радиус m-го светлого кольца оказался равным r. Определите неизвестную величину.

Шифр	R, м	n_1	n_2	n_3	λ, мкм	m	r_m, мм
1	?	1,5	1,6	1,8	0,59	6	5
2	13,5	1,4	1,5	1,7	?	5	6
3	15	1,3	1,4	1,5	0,583	?	5
4	15	1,3	1,4	1,2	0,96	4	?
5	?	1,4	1,5	1,3	0,83	5	6

8.3. Дифракция света

8.3.1. Дифракция Френеля

Картина дифракции сферической волны на круглом отверстии в непрозрачной диафрагме наблюдается на экране, параллельном плоскости отверстия и находящемся от него на расстоянии b (рис. 8.3.1).

На открытой части фронта волны строятся *кольцевые зоны* так, что расстояния от краев каждой зоны до т. O отличаются на $\lambda/2$ (λ – длина волны в той среде, в которой распространяется волна). Обладающие таким свойством кольцевые зоны называются *зонами Френеля*.

Число открытых зон Френеля равно

$$N = \frac{r_0^2}{\lambda}\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right). \qquad (8.3.1)$$

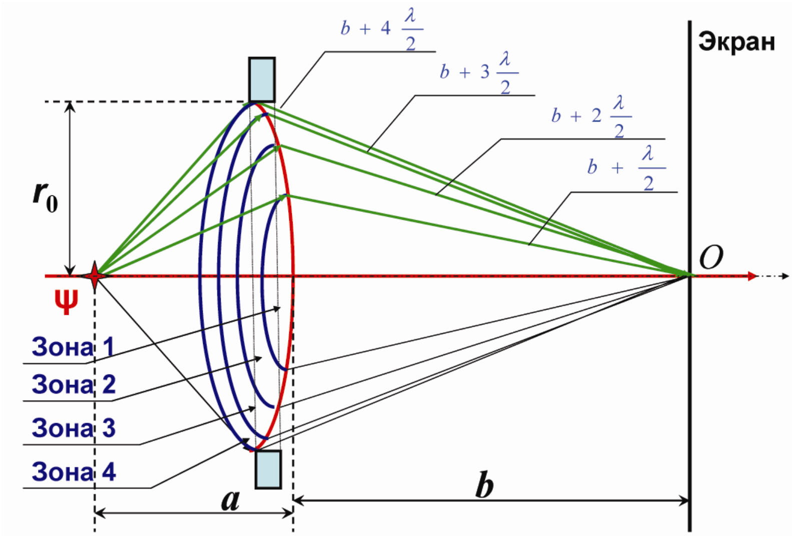

Рис. 8.3.1. Разбиение сферической волновой поверхности (волнового фронта) на зоны Френеля

Амплитуда результирующих колебаний в точке будет зависеть от *четности* или *нечетности* номера m зоны Френеля:

$$A = A_1 - A_2 + A_3 - \ldots(-1)^{m-1} A_m = \tag{8.3.2}$$
$$= \begin{cases} \dfrac{A_1}{2} + \dfrac{A_m}{2}, \ m - \textit{нечетное}, \\ \dfrac{A_1}{2} + \dfrac{A_{m-1}}{2} - A_m, \ m - \textit{четное}. \end{cases}$$

При нечетном m в т. O будет наблюдаться *максимум*, при четном m – *минимум*. Векторные диаграммы для результатов дифракции при открытых нечетных и четных зонах показаны на рис. 8.3.2.

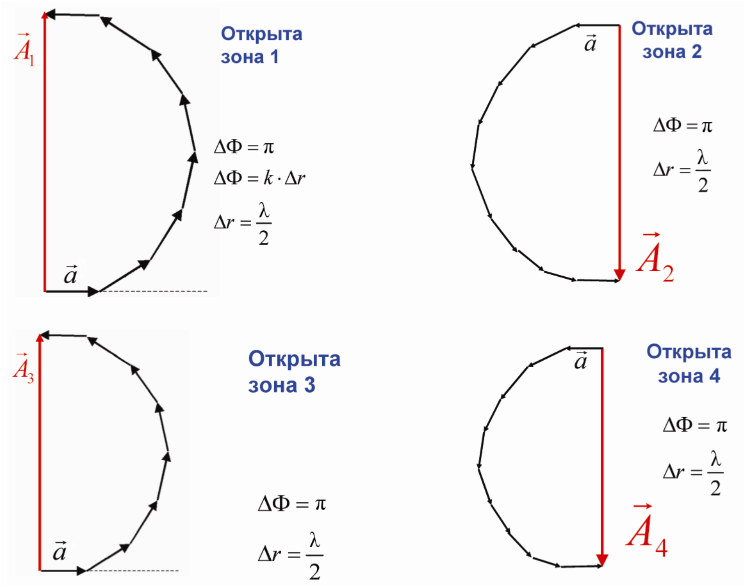

Рис. 8.3.2. Векторные диаграммы

Примеры решения задач

Пример 8.3.1. На диафрагму с круглым отверстием радиусом $r_0 = 1$ мм падает нормально (считаем, что расстояние a от источника до диафрагмы много больше расстояния b от центра диафрагмы до экрана) параллельный пучок света с длиной волны $\lambda = 0{,}05$ мкм. На пути лучей, прошедших через отверстие, помещают экран (см. рис. 8.3.1). Определите максимальное расстояние $b_{\max}$ от центра отверстия до экрана, при котором в центре дифракционной картины еще будет наблюдаться темное пятно.

Решение

Расстояние, при котором будет видно темное пятно, определяется числом зон Френеля, укладывающихся в отверстии. Если число зон *четное*, то в центре дифракционной картины будет *темное* пятно.

Число зон Френеля, помещающихся в отверстии, убывает по мере удаления экрана от отверстия. Наименьшее четное число зон равно двум. Следовательно, максимальное расстояние, при котором еще будет наблюдаться темное пятно в центре экрана, определяется условием, согласно которому в отверстии должны поместиться *две* зоны Френеля.

Из рис. 8.3.1 следует, что расстояние от точки наблюдения *O* на экране до края отверстия (т.е. до края *второй* зоны Френеля) равно

$$b_{\max} + 2\left(\frac{\lambda}{2}\right). \qquad (1)$$

Из теоремы Пифагора получим

$$r_0^2 = \left[b_{\max} + 2\left(\frac{\lambda}{2}\right)\right]^2 - b^2{}_{\max} = 2\lambda b_{\max} + \lambda^2. \qquad (2)$$

Принимая во внимание, что $\lambda \ll b_{\max}$ и что членом, содержащим λ^2, можно пренебречь, равенство (2) перепишем в виде

$$r_0^2 = 2\lambda b_{\max},$$

откуда

$$b_{\max} = \frac{r_0^2}{2\lambda}. \qquad (3)$$

Произведя вычисления по формуле (3), найдем

$$b_{\max} = 10 \text{ м}.$$

Домашние задания

Задача 8.3.1

Расстояние между точечным источником света с длиной волны λ и экраном равно ℓ. Диафрагма с отверстием радиусом r_0 находится в k раз ближе к экрану, чем к источнику ($k > 1$). В отверстии укладывается m зон Френеля. Определите неизвестную величину.

Шифр	λ, мкм	ℓ, м	r_0, мм	k	m
1	0,48	?	0,25	1,2	1,5
2	0,59	8,8	2,7	2,3	?
3	0,69	7,7	1,9	?	4,5
4	0,43	3,5	?	3,7	2,0
5	0,55	2,4	1,3	?	6,0

Задача 8.3.2

Плоская волна падает на круглый диск радиусом r_0. Точка наблюдения находится на расстоянии b от диска. Ширина зоны Френеля, непосредственно примыкающей к диску, равна x при длине волны света λ. Определите неизвестную величину.

Шифр	r_0, мм	b, м	x, мм	λ, мкм
1	2,9	3,5	0,37	?
2	2,2	?	1,3	0,43
3	1,7	1,6	?	0,69
4	?	2,8	0,95	0,63
5	3,0	1,7	?	0,55

Задача 8.3.3

Свет от монохроматического источника с длиной волны λ падает нормально на диафрагму с круглым отверстием радиусом r_0. За диафрагмой на расстоянии b от нее находится экран. В отверстии диафрагмы укладывается m зон Френеля. Определите неизвестную величину.

Шифр	r_0, мм	b, м	m	λ, нм
1	3	3	?	600
2	?	3,5	5	914
3	4	?	6	533
4	2,5	4	?	521
5	3,5	3	6	?

Задача 8.3.4

Расстояние между точечным источником и точкой наблюдения равно ℓ. Диафрагма с отверстием, радиус которого r_0, находится на расстоянии a от источника. В отверстии диафрагмы укладывается m зон Френеля. Определите неизвестную величину.

Шифр	λ, мкм	ℓ, м	r, мм	a, м	m
1	0,6	2	0,9	?	3
2	0,5	?	0,8	1,32	2
3	0,7	2,5	?	1,5	4
4	0,6	2	1,0	1,4	?
5	?	3	0,9	1,0	3

8.3.2. Дифракция Фраунгофера

8.3.2.1. Дифракция плоских волн на одной щели

Тип дифракции, при котором рассматривается дифракционная картина, образованная параллельными лучами, получил название *дифракции в параллельных лучах*, или *дифракции Фраунгофера*. Рассмотрим дифракцию плоской световой монохроматической волны длиной λ на щели шириной b (рис. 8.3.3). Волны, чьи волновые векторы параллельны главной оптической оси собирающей линзы, не рассеиваются (не дифрагируют), и после прохождения линзы они соберутся в главном фокусе F – образуется *центральный максимум*.

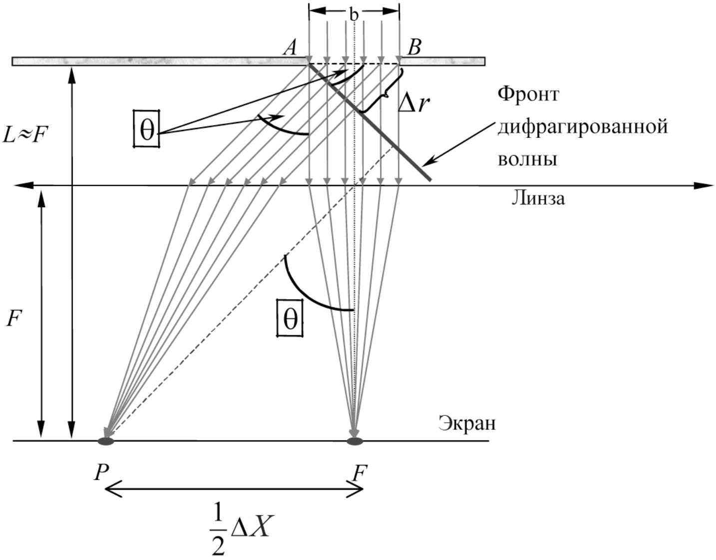

Рис. 8.3.3. Дифракция Фраунгофера на одной щели

Волны, рассеянные на щели под углом θ, соберутся в побочном фокусе т. P (см. рис. 8.3.3). Здесь:

θ – угол дифракции;

$\Delta r = b\sin\theta$ – разность хода, которая образуется при испускании волн всеми вторичными источниками в щели;

$\frac{1}{2}\Delta X$ – половина расстояния между точками на экране, симметричными относительно центра дифракционной картины;

расстояние L между щелью и экраном на практике приблизительно равно фокусному расстоянию линзы F.

1. ***Возникновение дифракционных минимумов*** (рис. 8.3.4).

Если $\Delta\Phi = \pm 2m\pi$, то с учетом того что $\Delta\Phi = k\Delta r$, а $\Delta r = b\sin\theta$, получим условие для дифракционных минимумов:

$$b\sin\theta^{\min} = \pm 2m\frac{\lambda}{2}, \qquad (8.3.3)$$

где m = 1, 2, …

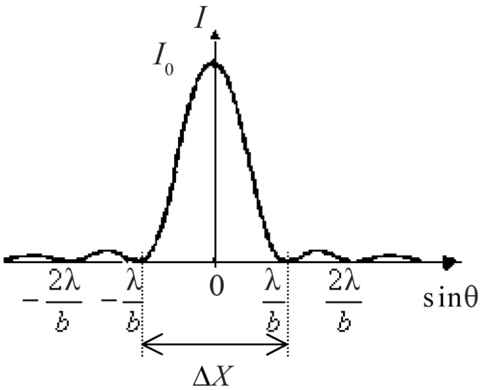

Рис. 8.3.4. Дифракционные минимумы
(ΔX – ширина центрального максимума)

2. ***Возникновение дифракционных максимумов*** (рис. 8.3.5).

Если $\Delta\Phi = \pm(2m-1)\pi$, то с учетом того что $\Delta\Phi = k\Delta r$, а $\Delta r = b\sin\theta$, получим условие для дифракционных максимумов

$$b\sin\theta^{\max} = \pm\left(2m-1\right)\frac{\lambda}{2}, \qquad (8.3.4)$$

где m = 1, 2, …

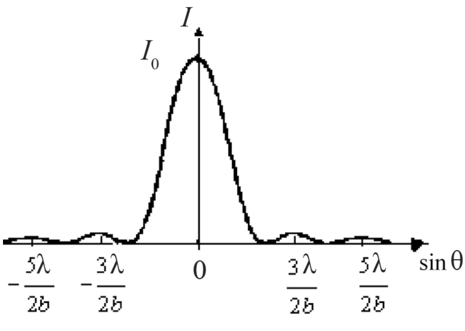

Рис. 8.3.5. Дифракционные максимумы

Дифракционный максимум, соответствующий условию $\sin\theta^{max} = \pm\frac{\lambda}{2b}$ (когда m = 1) не наблюдается, так как находится в области центрального максимума. Поэтому условие для дифракционных максимумов должно быть записано так:

$$\sin\theta^{max} = \pm(2m+1)\frac{\lambda}{2b}. \qquad (8.3.5)$$

8.3.2.2. Дифракция плоских волн на двух щелях

Система двух щелей есть простейший вариант дифракционной решетки с периодом d, равным расстоянию между центрами щелей. Дифракция на двух щелях – это сочетание дифракции волн, испущенных непрерывной системой источников в одной щели, и обычной двухлучевой интерференции волн, испущенных системой дискретных источников, расположенных в соседних щелях.

Рассмотрим явление дифракции на щели по схеме, изображенной на рис. 8.3.6.

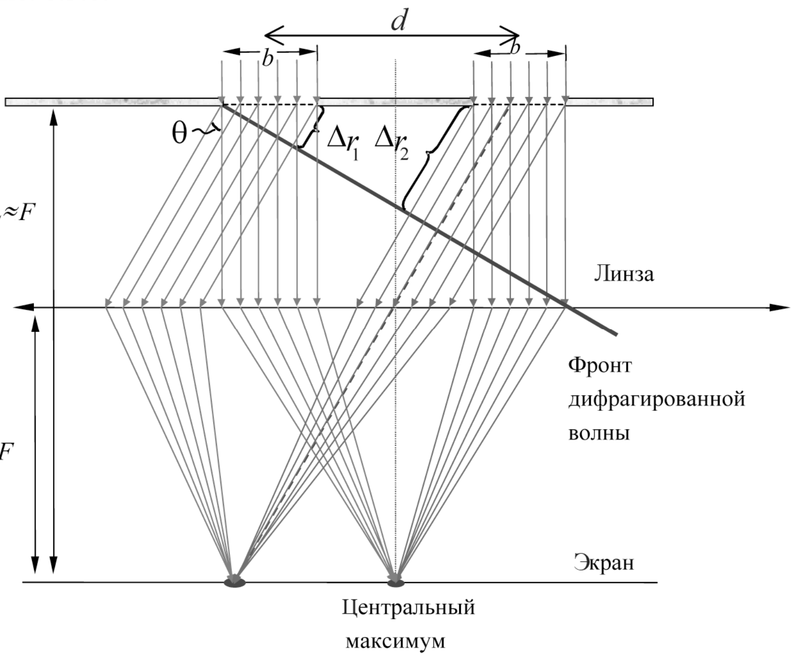

Рис. 8.3.6. Дифракция Фраунгофера на двух щелях

Здесь:

b – ширина щели;

$\Delta r_1 = b\sin\theta$ – разность хода волн от краев щели;

$\Delta r_2 = d\sin\theta$ – разность хода волн от источников в соседних щелях;

d – расстояние между центрами щелей (период дифракционной решетки).

На рис. 8.3.7 представлено сравнение условий образования максимумов и минимумов при дифракции Фраунгофера на одной щели и на двух щелях.

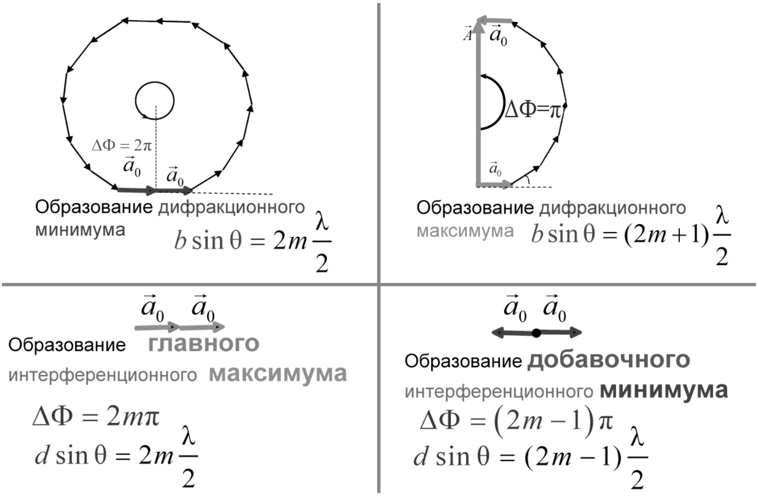

Рис. 8.3.7. Условия образования максимумов и минимумов при дифракции Фраунгофера на одной щели (две верхние векторные диаграммы) и на двух щелях (две нижние векторные диаграммы)

Примеры решения задач

Пример 8.3.2. На щель шириной $b = 0{,}1$ мм $= 10^{-4}$ м нормально падает параллельный пучок света от монохроматического источника с длиной волны $\lambda = 0{,}6$ мкм $= 6\cdot10^{-7}$ м. Определите ширину ΔX центрального максимума в дифракционной картине, проецируемой с помощью линзы, находящейся непосредственно за щелью, на экран, отстоящий от линзы на расстоянии $L = 1$ м.

Решение

Ширина центрального максимума ΔX – это расстояние между первыми минимумами (см. рис. 8.3.4).

Положение минимумов определяется по формуле

$$b\sin\theta = \pm m\lambda\,. \tag{1}$$

Для m = 1

$$b\sin\theta = \pm\lambda\,.$$

Отсюда

$$\sin\theta = \pm\frac{\lambda}{b}\,. \tag{2}$$

Из геометрии опыта (см. рис. 8.3.8) следует, что

$$\mathrm{tg}\theta = \frac{\Delta X}{2F}\,.$$

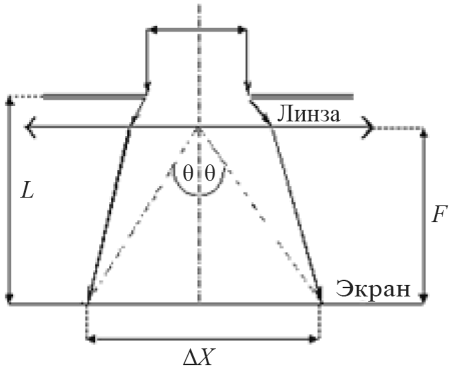

Рис. 8.3.8. К определению ширины центрального максимума

Принято считать, что фокусное расстояние линзы равно расстоянию от щели до экрана: $F \approx L$ (см. рис. 8.3.8). Тогда

$$\mathrm{tg}\theta = \frac{\Delta X}{2L}\,. \tag{3}$$

Для малых углов можно считать, что $\sin\theta \approx \mathrm{tg}\theta$. Тогда из формул (2) и (3) следует, что

$$\frac{\lambda}{b} = \frac{\Delta X}{2F} \Rightarrow \Delta X = \frac{2\lambda F}{b}\,.$$

Подставим числовые значения и выполним вычисления:

$$\Delta X = \frac{2 \cdot 6 \cdot 10^{-7} \cdot 1}{10^{-4}} = 0,012 \text{ м} = 12 \text{ мм}.$$

Пример 8.3.3. На щель шириной $b = 0,1$ мм $= 10^{-4}$ м падает нормально монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 0,5$ мкм $= 5 \cdot 10^{-7}$ м. За щелью помещена собирающая линза, в фокальной плоскости которой находится экран (см. рис. 8.3.3). Что будет наблюдаться в точке P на экране (максимум или минимум интенсивности), если угол дифракции $\theta = 43'$?

Решение

Разность хода лучей, приходящих от краев щели в точку P, будет равна

$$\Delta r = b \sin\theta. \tag{1}$$

Условие дифракционных максимумов

$$\Delta r = (2m+1)\frac{\lambda}{2}, \tag{2}$$

а условие дифракционных минимумов

$$\Delta r = 2m\frac{\lambda}{2}, \tag{3}$$

где $m = 1, 2, \ldots$

Формулы (2) и (3) можно представить в обобщенном виде (с учетом (1)):

$$b \sin\theta = k\frac{\lambda}{2}. \tag{4}$$

Если k – число четное, то в этой точке экрана наблюдается минимум. Если k – число нечетное, то в этой точке экрана наблюдается максимум. Из формулы (4) найдем k:

$$k = \frac{2b \sin\theta}{\lambda}.$$

Подставим числовые значения и выполним вычисления:

$$k = \frac{2 \cdot 10^{-4} \sin 43'}{5 \cdot 10^{-7}} = 5.$$

Нечетное k означает, что под углом $\theta = 43'$ будет наблюдаться дифракционный максимум. Порядок (номер) максимума определяется из расчета

$$k = 2m + 1 = 5,$$

отсюда $m = 2$.

Домашние задания

Задача 8.3.5

Монохроматический свет с длиной волны λ падает нормально на дифракционную решетку с периодом d, содержащую N щелей. Угловая ширина главного дифракционного максимума m-го порядка равна $\Delta\theta$. Определите неизвестную величину.

Шифр	λ, мкм	d, мкм	N	m	$\Delta\theta$, угл. мин
1	0,55	?	5300	5	0,14
2	?	3,5	7200	3	0,22
3	0,69	8,4	3800	7	?
4	0,63	2,5	2200	3	?
5	0,59	4,8	?	2	0,18

Задача 8.3.6

На плоскую дифракционную решетку длиной ℓ, содержащую N щелей на единицу длины, падает параллельный пучок света с длиной волны λ. Максимум m-го порядка наблюдается под углом θ. Определите неизвестную величину.

Шифр	λ, мкм	ℓ, мм	N	m	θ, градус
1	0,4	1	500	1	?
2	?	2	800	2	10
3	0,3	?	600	1	9
4	0,2	3	?	3	8
5	0,54	1,5	550	?	11,5

Задача 8.3.7

На щель шириной b нормально падает параллельный пучок света с длиной волны λ. Ширина центрального максимума в дифракционной картине, проецируемой на экран с помощью линзы, находящейся непосредственно за щелью, равна ΔX. Фокусное расстояние линзы равно f. Определите неизвестную величину.

Шифр	ΔX, см	b, мкм	f, м	λ, мкм
1	10	?	1,5	0,589
2	?	17,7	1,7	0,600
3	8	15	?	0,550
4	9	18	2	?
5	10	?	1,7	0,500

Задача 8.3.8

Сколько щелей N имеет дифракционная решетка длиной ℓ, если на решетку падает свет с длиной волны λ и в спектре m-го первого порядка наблюдается светлая линия под углом θ? Определите неизвестную величину.

Шифр	λ, нм	ℓ, мм	N	m	θ, градус
1	546,1	1	?	1	19,13
2	?	2	550	2	18
3	270	?	600	3	22
4	789,3	1,5	650	?	20
5	727,5	3	620	2	?

8.3.3. Дифракция на пространственных структурах

Отличительная особенность кристаллической решетки – это периодическое распределение вещества. Кристалл – трехмерное образование, и повторяющийся элемент его структуры – трехмерная элементарная ячейка. Таким образом, кристалл – это трехмерная дифракционная решетка, в которой роль «щели», т.е. повторяющейся неоднородности, играет элементарная ячейка кристалла.

Из рис. 8.3.9 видно, что

$$BO' = O'C = d\sin\varphi\,, \tag{8.3.6}$$

где d – расстояние между последовательными атомными плоскостями кристалла (*межплоскостное расстояние*);

φ – *угол скольжения* лучей.

Таким образом, для разности хода рассматриваемых лучей имеем

$$\Delta = 2d\sin\varphi\,. \tag{8.3.7}$$

Условие появления интерференционных максимумов

$$2d\sin\varphi = \pm m\lambda\,,\ \text{где}\ m = 1,\ 2,\ \ldots \tag{8.3.8}$$

– ***формула Вульфа – Брэгга.***

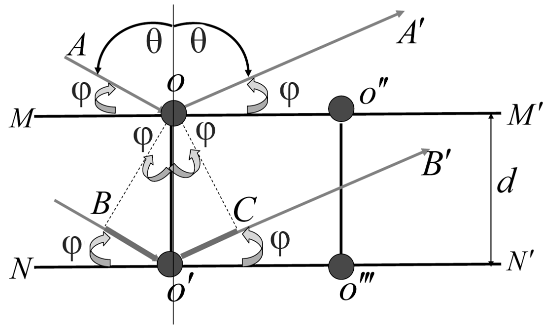

Рис. 8.3.9. Дифракция на кристаллической решетке
(θ – угол падения)

Примеры решения задач

Пример 8.3.4. На грань кристалла каменной соли падает параллельный пучок рентгеновского излучения с длиной волны $\lambda = 147$ пм $= 1{,}47 \cdot 10^{-10}$ м. Определите расстояние d между атомными плоскостями кристалла, если дифракционный максимум первого порядка наблюдается, когда угол скольжения излучения $\varphi = 15{,}2°$ (см. рис. 8.3.9).

Решение

При рассеянии рентгеновского излучения на узлах кристаллической решетки возникает дифракция Вульфа – Брэгга. Условие образования дифракционных максимумов:

$$\Delta r = 2d \sin\varphi = 2m\frac{\lambda}{2}, \qquad (1)$$

где Δr – разность хода между падающими и отраженными волнами, равная $(\Delta r_1 + \Delta r_2)$.

Из формулы (1) следует

$$d = \frac{m\lambda}{2\sin\varphi}.$$

Подставим числовые значения и выполним вычисления:

$$d = \frac{1 \cdot 1{,}47 \cdot 10^{-10}}{2\sin 15{,}2^\circ} = 2{,}8 \cdot 10^{-10}\ \text{м} = 280\ \text{пм}.$$

Домашние задания

Задача 8.3.9

Длина волны рентгеновских лучей, которые падают на систему плоскостей <100> ионного кристалла под углом скольжения φ, равна λ. При зеркальном отражении от этих плоскостей образуется дифракционный максимум m-го порядка. Угол скольжения, соответствующий максимальному порядку m_{max}, равен φ_{max}. Межплоскостное расстояние примите равным d. Определите неизвестную величину.

Шифр	φ, градус	m	m_{max}	φ_{max}, градус	λ, пм	d, пм
1	25	2	–	–	?	281,6
2	–	–	4	?	119	281,5
3	?	3	–	–	147	576
4	–	–	?	57,7	119	281,5
5	25	2	–	–	119	?

Задача 8.3.10

На грань ионного кристалла падает параллельный пучок рентгеновского излучения с длиной волны λ. Расстояние между атомными плоскостями кристалла равно d. Дифракционный максимум порядка m наблюдается, когда угол скольжения равен φ. Угол скольжения, соответствующий максимальному порядку m_{max}, равен φ_{max}. Определите неизвестную величину.

Шифр	φ, градус	m	λ, пм	d, пм	φ_{max}, градус	m_{max}
1	31,5	2	147	?	–	–
2	?	2	119	281	–	–
3	31,5	?	119	342	–	–
4	–	–	147	281	51,7	?
5	–	–	147	281	?	3

Задача 8.3.11

При исследовании дифракции рентгеновского монохроматического излучения, испускаемого ванадиевым антикатодом (длина волны, соответствующая линии K_{α}, равна λ), на кристаллической решетке ионного кристалла дифракционный максимум порядка m наблюдался при угле падения θ. Межплоскостное расстояние для этого кристалла равно d. Угол скольжения, соответствующий максимальному порядку m_{max}, равен φ_{max}. Определите неизвестную величину.

Шифр	θ, градус	m	λ, пм	d, пм	φ_{max}, градус	m_{max}
1	64,1	2	503	?	–	–
2	?	2	147	281	–	–
3	64,1	3	?	342	–	–
4	–	2	503	576	?	2
5	–	–	503	576	60,8	?

8.4. Поляризация света

8.4.1. Закон Малюса

Плоскополяризованный свет можно получить из естественного с помощью приборов, называемых *поляризаторами* (в частности, *поляроидами*).

Поляризатор (П) пропускает волны света, вектор $\vec{E}$ в которых параллелен $\vec{E}_П$ (плоскости поляризатора), т.е. поляризатор *поляризует свет* (рис. 8.4.1).

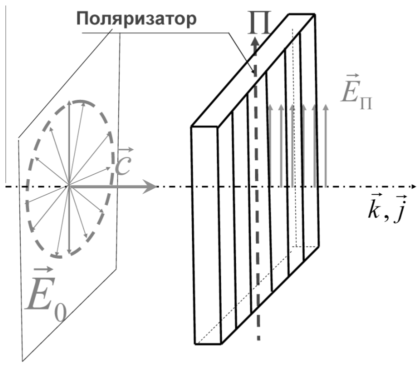

Рис. 8.4.1. Образование плоскополяризованного света

Проекция вектора $\overrightarrow{E_0}$ на плоскость поляризатора (рис. 8.4.2) равна

$$E_П = E_0 \cos\alpha . \qquad (8.4.1)$$

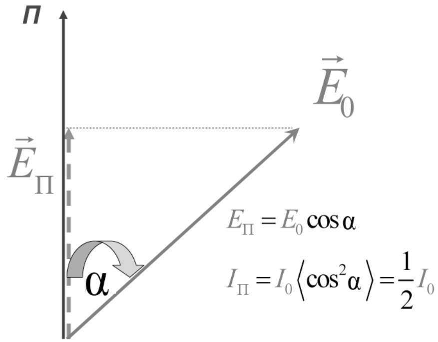

Рис. 8.4.2. К расчету проекции вектора $\vec{E}_\Pi$

Интенсивность получившегося плоскополяризованного света равна

$$I_\Pi = I_0 \left\langle \cos^2 \alpha \right\rangle, \tag{8.4.2}$$

Поскольку в падающем *естественном* свете представлены всевозможные ориентации $\vec{E}$, то угол $0 \le \alpha \le 2\pi$, $\left\langle \cos^2 \alpha \right\rangle = \frac{1}{2}$ и

$$I_\Pi = \frac{1}{2} I_0 . \tag{8.4.3}$$

Для анализа поляризованного света применяют еще один поляризатор, называемый *анализатором*.

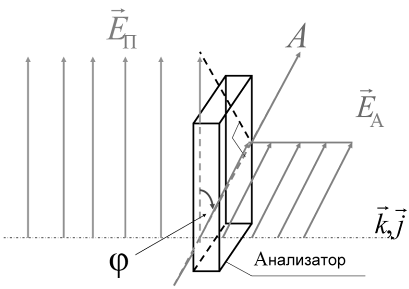

Рис. 8.4.3. К анализу плоскополяризованного света

Амплитуда $\left|\vec{E}_A\right|$ электрического вектора для света, прошедшего через анализатор (рис. 8.4.3), будет численно равна

$$E_{\text{А}} = E_{\text{П}} \cos\varphi,$$

а интенсивность $I_{\text{А}}$ этого света, пропорциональная $E_{\text{А}}^2$, будет связана с $I_{\text{П}}$ и φ соотношением

$$I_{\text{А}} = I_{\text{П}} \cos^2\varphi = \frac{1}{2} I_0 \cos^2\varphi. \qquad (8.4.4)$$

Соотношение (8.4.4) выражает ***закон Малюса.***

Несовершенные поляризаторы задерживают колебания вектора $\vec{E}$, перпендикулярные плоскости поляризатора, только частично. На выходе из таких поляризаторов получается *частично поляризованный* свет.

После прохождения через анализатор общая интенсивность *частично поляризованного* света будет складываться из интенсивности *плоскополяризованного* света, прошедшего через анализатор (8.4.4), и из ослабленной наполовину интенсивности *естественного* света (8.4.3):

$$I_{\text{А}} = I_{\text{П}} \cos^2\varphi + \frac{1}{2} I_0. \qquad (8.4.5)$$

Максимальная интенсивность частично поляризованного света будет равна

$$I_{\text{А}}^{\max} = I_{\text{П}} + \frac{1}{2} I_0,$$

а *минимальная* –

$$I_{\text{А}}^{\min} = \frac{1}{2} I_0.$$

Степень поляризации частично поляризованного света, прошедшего через анализатор, выражается как

$$P = \frac{I^{\max} - I^{\min}}{I^{\max} + I^{\min}}. \qquad (8.4.6)$$

Примеры решения задач

Пример 8.4.1. Два поляроида – поляризатор (П) и анализатор (А) – расположены так, что угол φ между их плоскостями пропускания равен 60° (см. рис. 8.4.3). Определите: 1) во сколько раз уменьшится интенсивность света при прохождении через поляризатор (П); 2) во сколько раз уменьшится интенсивность света при прохождении через оба поляроида? При прохождении каждого из поляроидов потери на отражение и поглощение света составляют 5 %.

Решение

1. Поляризатор пропускает волны, вектор $\vec{E}$ в которых параллелен $\vec{E}_{\text{П}}$, т.е. плоскости поляризатора. После прохождения поляризатора получается свет, поляризованный так, как показано на рис. 8.4.1.

Проекция вектора $\overrightarrow{E_0}$ на плоскость поляризатора (рис. 8.4.2) равна

$$E_{\text{П}} = E_0 \cos\alpha\,. \tag{1}$$

Интенсивность получившегося плоскополяризованного света равна

$$I_{\text{П}} = I_0 \left\langle \cos^2\alpha \right\rangle = \frac{1}{2} I_0. \tag{2}$$

Поскольку в падающем *естественном* свете представлены всевозможные ориентации $\vec{E}$, то угол $0 \le \alpha \le 2\pi$, $\left\langle \cos^2\alpha \right\rangle = \frac{1}{2}$ и

$$I_{\text{П}} = \frac{1}{2} I_0\,. \tag{3}$$

Поскольку по условию задачи при прохождении поляризатора потери составляют 5 %, то фактическая интенсивность света, прошедшего сквозь поляризатор, будет равна

$$\frac{I_0}{I_{\text{П}}} = \frac{2}{(1-k)} I_{\text{П}} = \frac{1}{2} I_0 (1-k)\,, \tag{4}$$

где k = 0,05 – относительная потеря интенсивности света в поляризаторе.

Относительное уменьшение интенсивности света получим, разделив интенсивность I_0 естественного света на интенсивность $I_{\text{П}}$ поляризованного света:

Подставив в формулу (4) числовые значения, найдем

$$\frac{I_0}{I_{\text{П}}} = 2{,}10.$$

Таким образом, интенсивность света при прохождении через поляризатор уменьшается в 2,10 раза.

2. Пучок плоскополяризованного света интенсивностью $I_П$ падает на анализатор (А) (см. рис. 8.4.3), и интенсивность света, вышедшего из анализатора, определяется законом Малюса (без учета поглощения в этом поляроиде):

$$I_А = I_П \cos^2 \varphi, \tag{5}$$

где φ – угол между плоскостью колебаний в поляризованном пучке и плоскостью пропускания анализатора.

Учитывая потери интенсивности во втором поляроиде, получаем

$$I_А = I_П (1-k) \cos^2 \varphi. \tag{6}$$

Искомое уменьшение интенсивности при прохождении света через оба поляроида найдем, разделив интенсивность I_0 естественного света на интенсивность $I_А$ света, прошедшего систему из поляризатора и анализатора:

$$\frac{I_0}{I_А} = \frac{I_0}{I_П (1-k) \cos^2 \varphi} = \frac{2}{(1-k)^2 \cos^2 \varphi}. \tag{7}$$

Подставив данные в формулу (7), произведем вычисления:

$$\frac{I_0}{I_А} = 8{,}86.$$

Таким образом, после прохождения света через два поляроида интенсивность его уменьшится в 8,86 раза.

Домашние задания

Задача 8.4.1

Пучок естественного света проходит последовательно через три поляроида. В каждом поляроиде теряется некоторая доля m светового потока. Угол между плоскостями первого и второго поляроида равен α_1, угол между плоскостями второго и третьего поляроида равен α_2. Углы α_1 и α_2 – острые. Интенсивность света после прохождения системы уменьшается в k раз. Определите неизвестную величину.

Шифр	m	α_1, градус	α_2, градус	k
1	0,15	28	?	6
2	0,10	35	28	?
3	0,09	11	68	?
4	0,12	?	13	7,4
5	?	60	17	32,0

Задача 8.4.2

При прохождении частично поляризованного света через поляроид отношение максимальной интенсивности пропущенного поляроидом света к минимальной равно k. Отношение интенсивностей света, пропущенного поляроидом при повороте его на углы α_1 и α_2 из положения максимального пропускания, равно $m = I_1/I_2$. Углы α_1 и α_2 – острые. Определите неизвестную величину.

Шифр	k	α_1, градус	α_2, градус	$m = I_1/I_2$
1	?	82	24	0,49
2	2,2	11	?	1,70
3	4,8	25	44	?
4	2,8	?	28	0,65
5	3,1	29	17	?

Задача 8.4.3

Пучок частично поляризованного света, степень поляризации которого равна P, падает на поляроид. При повороте поляроида из положения максимального пропускания на угол α_1 интенсивность прошедшего света уменьшилась в k_1 раз по сравнению с максимальной, а при повороте на угол α_2 – в k_2 раз. Углы α_1 и α_2 меньше $\pi/2$. Определите неизвестную величину.

Шифр	P	α_1, градус	k_1	α_2, градус	k_2
1	?	–	–	65	2,9
2	–	?	2,4	60	1,7
3	0,75	–	–	?	1,6
4	0,25	46	?	–	–
5	–	80	4,5	43	?

Задача 8.4.4

Яркость светового пучка уменьшилась в m раз в результате пропускания естественного света через поляризатор и анализатор. Потери энергии, связанные с поглощением и отражением света в каждом поляризаторе, составляют *x*. Угол между главными плоскостями поляризатора и анализатора равен α. Определите неизвестную величину.

Шифр	m	α, градус	x, %
1	9	?	10
2	8	51,32	?
3	?	54	15
4	7	?	5
5	?	53,9	20

8.4.2. Закон Брюстера

При падении луча естественного света S на границу FF' раздела двух прозрачных диэлектриков (рис. 8.4.4) в результате отражении от границы происходит поляризация света. Колебания вектора $\vec{E}_0$ (см. рис. 8.4.1) в этом луче раскладываются на колебания, *параллельные* плоскости падения (обозначены *черточками*) и на колебания, *перпендикулярные* плоскости падения (обозначены *точками*).

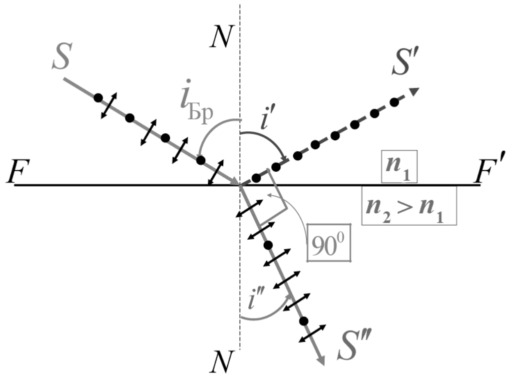

Рис. 8.4.4. Иллюстрация к закону Брюстера

Степень поляризации зависит от угла падения. Если угол падения равен

$$i_1 = \operatorname{arctg} n_{21},$$

где $n_{21} = \dfrac{n_2}{n_1}$ – относительный показатель преломления двух сред, то отраженный луч будет полностью поляризован. Преломленный луч остается частично поляризованным. Такой угол падения называется *углом Брюстера*, а соотношение

$$i_1 = \operatorname{arctg} n_{21} = i_{\text{Бр}} \tag{8.4.7}$$

носит название ***закона Брюстера***.

При падении под углом Брюстера отраженный и преломленный лучи взаимно перпендикулярны.

Примеры решения задач

Пример 8.4.2. Пучок естественного света падает на полированную поверхность стеклянной пластины, погруженной в жидкость. Показатель преломления стекла n_2 = 1,50. Отраженный от пластины пучок света составляет угол φ = 97° с падающим пучком. Определите показатель преломления n_1 жидкости, если отраженный свет полностью поляризован.

Решение

Согласно закону Брюстера свет, отраженный от диэлектрика, полностью поляризован в том случае, если тангенс угла падения

$$\operatorname{tg} i_{\text{Бр}} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}, \tag{1}$$

где n_{21} – относительный показатель преломления второй среды (стекла) относительно первой (жидкости).

Согласно условию задачи отраженный луч повернут на угол φ относительно падающего луча. Так как угол падения равен углу отражения, то $i_1 = \varphi/2$ и, следовательно, $\operatorname{tg}(\varphi/2) = n_2/n_1$, откуда показатель преломления жидкости будет равен

$$n_1 = \frac{n_2}{\operatorname{tg}(\varphi/2)}. \tag{2}$$

Подставим числовые значения и выполним вычисления:

$$n_1 = 1{,}33.$$

Домашние задания

Задача 8.4.5

Свет распространяется со скоростью u_1 в среде с показателем преломления n_1 и отражается от поверхности вещества с показателем преломления n_2 (скорость света в этом веществе равна u_2). Угол полной поляризации при отражении света от этой поверхности равен $i_{Бр}$. Определите неизвестную величину.

Шифр	$i_{Бр}$, градус	n_1	u_1, м/с	n_2	u_2, м/с
1	56,3	1	$3 \cdot 10^8$	–	?
2	–	1,3	?	1,5	$2 \cdot 10^8$
3	57,001	?	–	1,7	–
4	?	–	$2{,}7 \cdot 10^8$	–	$1{,}5 \cdot 10^8$
5	50°	1,0	–	?	–

Задача 8.4.6

Луч света, идущий в стеклянном сосуде, наполненном кислотой, отражается от поверхности стекла. При угле падения α отраженный свет максимально поляризован Показатель преломления кислоты n_1, показатель преломления стекла n_2. Определите неизвестную величину.

Шифр	n_1	n_2	α, градус
1	1,43	1,52	?
2	1,3	?	46,7
3	?	1,4	49,4
4	1,5	1,65	?
5	?	1,38	48

Задача 8.4.7

Луч света падает под углом β на поверхность воды, показатель преломления которой равен n. На угловой высоте α над горизонтом находится Солнце. Поляризация солнечного света, отраженного от поверхности воды, максимальна. Определите неизвестную величину.

Шифр	n	β, градус	α, градус
1	1,33	–	?
2	?	–	37
3	–	50	?
4	–	?	40
5	1,43	–	?

Задача 8.4.8

На стеклянную пластинку с показателем преломления n_2 падает луч под углом полной поляризации. Если пластинку поместить в сосуд с водой с показателем преломления n_1, то полная поляризация луча произойдет при изменении угла падения на величину $\Delta\alpha$. Определите неизвестную величину.

Шифр	n_1	n_2	α , градус	$\Delta\alpha$, градус
1	1,33	1,7	–	?
2	–	?	59,53	–
3	1,5	1,7	–	–
4	–	1,7	–	7,5
5	1,4	1,6	–	?

Глава 9. КВАНТОВО-ОПТИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ

9.1. Тепловое излучение

9.1.1. Корпускулярно-волновой дуализм света

Свет испускается, распространяется и поглощается в виде корпускул – фотонов, которые являются частицами электромагнитного поля и носителями квантов (порций) энергии. Величина кванта энергии определяется формулой Планка:

$$E = h\nu = \hbar\omega, \tag{9.1.1}$$

где h – постоянная Планка, называемая *квантом действия,*

$h = 6{,}62 \cdot 10^{-34}$ Дж·с;

ν и ω – линейная и циклическая частоты света соответственно.

В ряде задач квантовой оптики и квантовой механики применяется также постоянная Планка, деленная на 2π:

$$\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1{,}05 \cdot 10^{-34} \text{ Дж·с.}$$

Корпускулярные характеристики фотона (энергия E, импульс $\vec{p}$ и масса m) дополняются волновыми характеристиками (ν, ω и λ), что подтверждает *принцип дополнительности Бора*.

9.1.2. Тепловое излучение абсолютно черного тела

В состоянии теплового равновесия атомы (молекулы) испускают и поглощают электромагнитное излучение любых длин волн. Такое электромагнитное излучение называется *равновесным тепловым излучением* и подчиняется закону Кирхгофа.

9.1.2.1. ***Закон Кирхгофа***

Отношение спектральной испускательной способности $E(\omega,T)$ любых тел (в том числе и абсолютно черных) к их спектральной поглощательной способности $A(\omega,T)$ при одинаковых длинах волн и температурах есть величина постоянная, называемая *универсальной функцией Кирхгофа* $f(\omega,T)$:

$$\frac{E_1(\omega,T)}{A_1(\omega,T)}=\frac{E_2(\omega,T)}{A_2(\omega,T)}=...=\frac{\varepsilon(\omega,T)}{a(\omega,T)}=\text{const}=f(\omega,T), \qquad (9.1.2)$$

где $\varepsilon(\omega,T)$ и $a(\omega,T)$ – спектральные испускательная и поглощательная способности абсолютно черного тела соответственно.

Для абсолютно черного тела спектральная поглощательная способность $a(\omega,T)$ = 1. Поэтому универсальная функция Кирхгофа

$$f(\omega,T)=\varepsilon(\omega,T), \qquad (9.1.3)$$

где испускательная способность абсолютно черного тела (рис. 9.1.1 и 9.1.2) определяется формулой Планка

$$\varepsilon(\omega,T)=\frac{\hbar\omega^3}{4\pi^2c^2}\frac{1}{e^{\frac{\hbar\omega}{kT}}-1} \qquad (9.1.4)$$

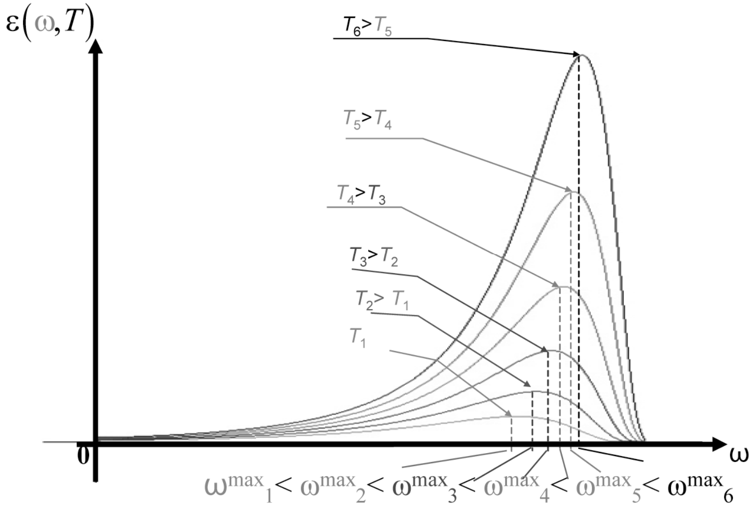

Рис. 9.1.1. Спектральная испускательная способность абсолютно черного тела $\varepsilon(\omega, T)$

или

$$\varepsilon(\lambda,T)=\frac{2\pi hc^2}{\lambda^5}\frac{1}{e^{\frac{hc}{kT\lambda}}-1}. \qquad (9.1.5)$$

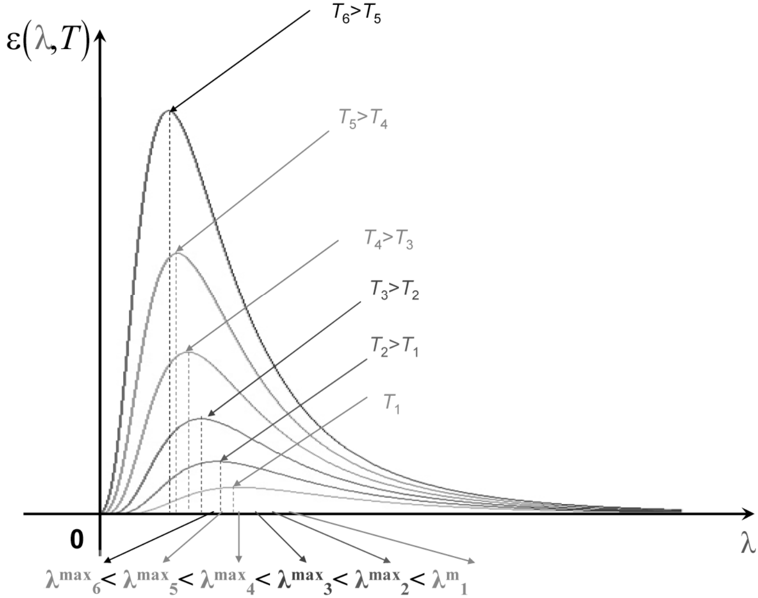

Рис. 9.1.2. Спектральная испускательная способность абсолютно черного тела ε(λ, *T*)

9.1.2.2. ***Закон Стефана – Больцмана***

Интегральная испускательная способность (или *энергетическая светимость*) абсолютно черного тела находится как результат интегрирования функции Планка по всему спектру частот (длин волн):

$$R_T = \int_0^\infty \varepsilon(\omega,T)\,\mathrm{d}\omega = \int_0^\infty \varepsilon(\lambda,T)\,\mathrm{d}\lambda = \sigma T^4, \qquad (9.1.6)$$

где σ – постоянная Стефана – Больцмана, равная $5{,}67\cdot10^{-8}$ Вт/(м$^2\cdot$К^4).

Для «серого» тела закон может быть записан в виде

$$R_T = \alpha\sigma T^4, \qquad (9.1.7)$$

где α – коэффициент, принимающий значения от 0 до 1, и называемый *коэффициентом теплового излучения*, или *степенью черноты* серого тела.

9.1.2.3. Закон Вина (закон смещения)

Частота ω^{max}, соответствующая максимуму спектральной испускательной способности $\varepsilon(\omega, T)$, находится из условия

$$\frac{\omega^{max}}{T} = b^* = 3{,}69 \cdot 10^{11}\ \text{К}^{-1}\cdot\text{с}^{-1}. \qquad (9.1.8)$$

Длина волны λ^{max}, соответствующая максимуму спектральной испускательной способности $\varepsilon(\lambda, T)$, находится из условия

$$T\lambda^{max} = b, \qquad (9.1.9)$$

где b – постоянная Вина, $b = 2{,}9\cdot10^{-3}$ К·м.

Примеры решения задач

Пример 9.1.1. Принимая, что Солнце излучает как абсолютно черное тело, вычислите:

1) температуру $T_С$ его поверхности, считая, что максимум его спектральной испускательной способности приходится на длину волны $\lambda^{max} = 0{,}5$ мкм;

2) максимальное значение спектральной испускательной способности $\varepsilon\left(\lambda^{max}, T\right)$;

3) интегральную испускательную способность Солнца $R_T^С$ на его поверхности;

4) поток энергии солнечного излучения Φ;

5) интегральную испускательную способность (солнечную постоянную) R_T на среднем расстоянии от Земли до Солнца вне земной атмосферы;

6) установившуюся температуру T зачерненной металлической пластинки, расположенной перпендикулярно солнечным лучам вне земной атмосферы на среднем расстоянии от Земли до Солнца;

7) число фотонов, испущенных Солнцем на длине волны $\lambda^{max} = 0{,}5$ мкм за 1 с.

Решение

1. В соответствии с законом Вина температура поверхности Солнца, соответствующая длине волны λ^{max}, равняется

$$T_С = \frac{b}{\lambda^{max}}, \qquad (1)$$

где b – константа в законе Вина.

2. Поскольку спектральная испускательная способность абсолютно черного тела равна

$$\varepsilon(\lambda, T) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{kT\lambda}} - 1}, \tag{2}$$

то, подставив в формулу (2) значение $\lambda^{\max}$, найденное из (1), получим максимальное значение спектральной испускательной способности

$$\varepsilon^{\max} = \varepsilon\left(\lambda^{\max}, T\right) = \frac{2\pi hc^2}{\left(\lambda^{\max}\right)^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{kT\lambda}} - 1}, \tag{3}$$

что соответствует *второму* закону Вина.

3. Интегральную испускательную способность Солнца на его поверхности находим из закона Стефана – Больцмана:

$$R_T^{\mathrm{C}} = \sigma T_{\mathrm{C}}^4 = \sigma \frac{b^4}{\left(\lambda^{\max}\right)^4}, \tag{4}$$

где температура поверхности Солнца T_{C} получена по формуле (1).

4. Поток энергии, излучаемой с поверхности Солнца, равен

$$\Phi = \sigma T_{\mathrm{C}}^4 S_{\mathrm{C}} = \sigma \frac{b^4}{\left(\lambda^{\max}\right)^4} 4\pi r_{\mathrm{C}}^2, \tag{5}$$

где S_{C} – площадь поверхности Солнца;
r_{C} – радиус Солнца.

5. Интегральную испускательную способность (солнечную постоянную) R_T на среднем расстоянии $r_{\mathrm{ЗС}}$ от Земли до Солнца вне земной атмосферы найдем по формуле

$$R_T = \frac{\Phi}{4\pi r_{\mathrm{ЗС}}^2} = \sigma \frac{b^4 4\pi r_C^2}{\left(\lambda^{\max}\right)^4 \cdot 4\pi r_{\mathrm{ЗС}}^2} = \sigma \frac{b^4 r_C^2}{\left(\lambda^{\max}\right)^4 r_{\mathrm{ЗС}}^2}. \tag{6}$$

6. Температуру зачерненной металлической пластины, расположенной вне земной атмосферы на орбите Земли, найдем из закона Стефана – Больцмана:

$$T = \sqrt[4]{\frac{R_T}{\sigma}} = \sqrt[4]{\sigma \frac{b^4 r_С^2}{\left(\lambda^{\max}\right)^4 r_{ЗС}^2} \frac{1}{\sigma}} = \sqrt[4]{\frac{b^4 r_С^2}{\left(\lambda^{\max}\right)^4 r_{ЗС}^2}} = \frac{b}{\lambda^{\max}} \sqrt{\frac{r_С}{r_{ЗС}}}\,. \qquad (7)$$

7. Число фотонов, испущенных Солнцем на длине волны $\lambda^{\max} = 0{,}5$ мкм за 1 с, найдем в результате деления энергии всех фотонов

$$W = \Phi t$$

на энергию одного фотона

$$E = \frac{hc}{\lambda}\,.$$

Тогда искомое число фотонов будет равно

$$N = \frac{W}{E} = \frac{\Phi t}{\left(\frac{hc}{\lambda}\right)}.$$

Подставим числовые значения в формулы (1) и (3) – (7) и выполним вычисления:

$$T_С = \frac{2{,}9 \cdot 10^{-3}}{5 \cdot 10^{-7}} = 5800 \text{ К}.$$

$$\varepsilon^{\max} = \frac{2 \cdot 3{,}14 \cdot 6{,}62 \cdot 10^{-34} \cdot \left(3 \cdot 10^8\right)^2}{\left(5 \cdot 10^{-7}\right)^5} \frac{1}{\exp\left(\frac{6{,}62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot 2{,}90 \cdot 10^{-3}}\right) - 1} =$$

$$= 8{,}43 \cdot 10^{13} \ (\text{Вт/м}^2)/\text{м}.$$

$$R_T^С = 5{,}67 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{\left(2{,}90 \cdot 10^{-3}\right)^4}{\left(5 \cdot 10^{-7}\right)^4} = 6{,}42 \cdot 10^7 \text{ Вт/м}^2\,.$$

$$\Phi = 5{,}67 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{\left(2{,}90 \cdot 10^{-3}\right)^4}{\left(5 \cdot 10^{-7}\right)^4} \cdot 4 \cdot 3{,}14 \cdot \left(6{,}95 \cdot 10^8\right)^2 = 3{,}89 \cdot 10^{26} \text{ Вт}.$$

$$R_T = 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{\left(2,90 \cdot 10^{-3}\right)^4 \cdot \left(6,95 \cdot 10^8\right)^2}{\left(5 \cdot 10^{-7}\right)^4 \cdot \left(1,5 \cdot 10^{11}\right)^2} = 1,38 \cdot 10^3 \text{ Вт/м}^2.$$

$$T = \frac{2,90 \cdot 10^{-3}}{5 \cdot 10^{-7}} \sqrt{\frac{6,95 \cdot 10^8}{1,5 \cdot 10^{11}}} = 395 \text{ К}.$$

$$N = \frac{3,89 \cdot 10^{26} \cdot 1}{\left(\dfrac{6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{0,5 \cdot 10^{-6}}\right)} = 9,79 \cdot 10^{44} \text{ фотонов}.$$

Домашние задания

Задача 9.1.1

Источник монохроматического излучения с длиной волны λ излучает одинаково по всем направлениям. Мощность излучения равна P. На площадку величиной S, поставленную на расстоянии ℓ от источника перпендикулярно к лучам, падает в единицу времени n фотонов. Определите неизвестную величину.

Шифр	λ, мкм	P, Вт	S, см^2	ℓ, км	$n \cdot 10^{-6}$, с$^{-1}$
1	?	3,0	3,1	1,2	140
2	0,63	75,0	1,2	?	85
3	0,36	?	0,25	1,8	15
4	0,69	0,14	5,0	2,3	?
5	0,55	5,0	?	12	27

Задача 9.1.2

Модель абсолютно черного тела – полость с малым круглым отверстием диаметром d. Нагрев производится электрической спиралью, потребляющей ток I при напряжении U, причем некоторая доля энергии p рассеивается стенками полости. Равновесная температура излучения, исходящего из отверстия, равна T. Определите неизвестную величину.

Шифр	d, см	I, мА	U, В	p	T, К
1	0,45	105	?	0,03	1860
2	?	47	127	0,25	1200
3	1,8	150	110	0,20	?
4	1,5	35	200	?	870
5	2,3	?	220	0,07	1120

Задача 9.1.3

Энергия, излучаемая через смотровое окно печи за время τ, равна W. Площадь окна равна S, максимум в спектре излучения приходится на длину волны λ_{max}. Определите неизвестную величину.

Шифр	τ, с	W, Дж	S, см^2	λ_{max}, мкм
1	15,0	?	4,2	1,9
2	5,7	450	6,5	?
3	?	1700	1,2	1,7
4	10,0	?	5,5	1,6
5	40,0	1700	?	2,2

Задача 9.1.4

Температура поверхности котла равна t_1, температура окружающей среды t_2. Результирующая энергия, теряемая поверхностью котла в единицу времени за счет теплообмена излучением с окружающей средой, равна Ф. Площадь поверхности котла S, коэффициент поглощения поверхности котла α. Определите неизвестную величину.

Шифр	t_1, °C	t_2, °C	α	S, м^2	Ф, кВт
1	+242	–33	0,28	?	5,8
2	+150	?	0,33	1,5	0,52
3	?	–20	0,15	8,9	2,4
4	+157	–13	?	2,5	1,8
5	+102	+27	0,45	6,0	?

Задача 9.1.5

Звезда с температурой поверхности T имеет радиус $R_з=k\cdot R_С$, где $R_С$ – радиус Солнца. На расстоянии $R = n\cdot R_о$ от звезды, где $R_о$ – радиус земной орбиты, через перпендикулярную лучам площадку S проходит поток энергии Ф. Можно считать, что звезда излучает как абсолютно черное тело. Определите неизвестную величину.

Шифр	$n = R/R_о$	$k = R_з/R_С$	T, К	S, см^2	Ф, Вт
1	?	21	7200	7,5	2,3
2	25	?	5900	1,5	0,035
3	0,5	0,15	13 500	20	?
4	12	530	?	3,9	42
5	72	260	3100	?	30

Задача 9.1.6

Метеорит сферической формы вращается по круговой орбите радиусом $R = n \cdot R_о$, где $R_о$ – радиус земной орбиты, вокруг звезды с температурой поверхности t и радиусом $R_з = k \cdot R_С$, где $R_С$ – радиус Солнца. Температура метеорита, принимаемого за серое тело, равна t_1. Определите неизвестную величину.

Шифр	$n = R/R_о$	$k = R_з/R_С$	t, °C	t_1, °C
1	2,4	1,0	5900	?
2	15,0	?	7500	+220
3	?	0,18	17 000	–140
4	15,0	470,0	?	+630
5	85,0	250,0	2800	?

Задача 9.1.7

Площадь излучающей поверхности нити Ф-ваттной лампы равна S, температура нити T. Излучение нити составляет a процентов от излучения абсолютно черного тела при данной температуре. Определите неизвестную величину.

Шифр	Ф, Вт	S, см^2	T, К	a, %
1	25	?	2450	30
2	?	0,408	2500	20
3	20	0,3	?	25
4	30	0,5	2000	?
5	?	0,4	3000	22

Задача 9.1.8

Плотность потока энергии через поверхность излучения S абсолютно черного тела, находящегося при температуре T, равна R. Определите неизвестную величину.

Шифр	R, кВт/м^2	S, м^2	T, К
1	10	1	?
2	8	?	650
3	?	1,5	600
4	11	1,7	?
5	?	0,8	700

Задача 9.1.9

Энергия, излучаемая за время t из смотрового окна площадью плавильной печи S при температуре T, равна W. Определите неизвестную величину.

Шифр	W, Дж	S, см^2	T, К	t, с
1	?	8	1200	60
2	5600	?	1500	30
3	4000	9	?	50
4	5000	7	1300	?
5	?	8	1000	45

9.2. Внешний фотоэффект

Внешний фотоэффект – это испускание электронов веществом под действием электромагнитного излучения (фотоэлектронная эмиссия).

Если уменьшается частота падающего света ω, то уменьшается максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов $K^{\max}$ и уменьшается величина необходимого для торможения электронов запирающего напряжения $U_з$. Чтобы затормозить фотоэлектроны (запереть фотоэлемент), поле должно совершить работу

$$eU_з \geq K^{\max},$$

т.е. на практике кинетическая энергия фотоэлектронов измеряется именно работой тормозящего поля (рис. 9.2.1).

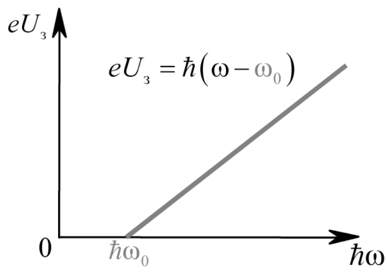

Рис. 9.2.1. Зависимость энергии тормозящего поля от энергии фотонов

График на рис. 9.2.1 описывается уравнением

$$eU_з = \hbar(\omega - \omega_0). \tag{9.2.1}$$

При $\omega \leq \omega_0$ или $\lambda \geq \lambda_0$ фотоэффекта нет (фототок равен нулю), поэтому ω_0 или λ_0 называются «красной» границей фотоэффекта. Существование красной границы доказывает корпускулярный (фотонный) механизм внешнего фотоэффекта. Красная граница определяется работой выхода:

$$\hbar\omega_0 = A, \qquad (9.2.2)$$

где A – работа выхода электрона из материала катода, которая зависит от свойств материала катода и состояния его поверхности.

Уравнение

$$\hbar\omega = A + K^{\max} \qquad (9.2.3)$$

называется ***уравнением Эйнштейна*** и выражает ***закон сохранения энергии.***

Максимальная кинетическая энергия фотоэлектрона, если она меньше энергии покоя электрона E_0, равна

$$K^{\max} = \frac{m\mathrm{v}_{\max}^2}{2}. \qquad (9.2.4)$$

Максимальная кинетическая энергия фотоэлектрона, если она равна или превышает E_0, равна

$$K^{\max} = E_0(\gamma - 1), \qquad (9.2.5)$$

где γ – релятивистский фактор.

Примеры решения задач

Пример 9.2.1. Определите максимальную скорость $\mathrm{v}_{\max}$ фотоэлектронов, испускаемых с поверхности серебра под воздействием 1) ультрафиолетового излучения с длиной волны λ_1 = 0,245 мкм; 2) γ-излучения с длиной волны λ_2 = 2,47 пм. Работа выхода электронов из серебра A = 4,7 эВ.

Решение

Убедимся в том, что при данных длинах волн падающего излучения внешний фотоэффект возможен. Для этого вычислим красную границу фотоэффекта λ_0, которая определяется работой выхода электронов из материала фотокатода:

$$A = \frac{hc}{\lambda_0}, \qquad (1)$$

откуда

$$\lambda_0 = \frac{hc}{A} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{4,7 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} = 2,64 \cdot 10^{-7} \text{ м.}$$

Поскольку длина волны λ_0, соответствующая красной границе фотоэффекта, больше длин волн λ_1 и λ_2, то фотоэффект возможен в обоих случаях.

Для вычисления максимальной скорости фотоэлектронов найдем кинетическую энергию K электронов из уравнения Эйнштейна для фотоэффекта:

$$h\frac{c}{\lambda} = A + K \Rightarrow K = h\frac{c}{\lambda} - A. \qquad (2)$$

Вычислим кинетическую энергию фотоэлектронов для обеих длин волн падающего света по формуле (2):

$$K_1 = \frac{hc}{\lambda_1} - A = \frac{6,62 \cdot 10^{-3} \cdot 3 \cdot 10^8}{1,55 \cdot 10^{-7} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} - 4,7 = $$
$$= 3,31 \text{ эВ.}$$

$$K_2 = \frac{hc}{\lambda_2} - A = \frac{6,62 \cdot 10^{-3} \cdot 3 \cdot 10^8}{2,47 \cdot 10^{-12} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} - 4,7 = $$
$$= 0,503 \text{ МэВ.}$$

Поскольку в первом случае кинетическая энергия K_1 много меньше энергии покоя электрона $\left(E_0 = 0,511 \text{ МэВ}\right)$, то для вычисления скорости можно применить формулу классической кинетической энергии:

$$\text{v}_1 = \sqrt{\frac{2K_1}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 3,31 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{9,11 \cdot 10^{-31}}} = 1,08 \cdot 10^6 \text{ м/с.}$$

Во втором случае кинетическая энергия K_2 практически равна энергии покоя электрона, поэтому для вычисления скорости электрона необходимо применить формулу релятивистской кинетической энергии

$$K_2 = E_0\left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v_2^2}{c^2}}}-1\right).$$

Отсюда

$$v_2 = c\frac{\sqrt{\left(2E_0+K_2\right)K_2}}{E_0+K_2}. \qquad (3)$$

Подставим числовые значения в формулу (3) и выполним вычисления:

$$v_2 = 3\cdot 10^8\cdot\frac{\sqrt{\left(2\cdot 0,511+0,503\right)\cdot 0,503}}{0,511+0,503} = 2,59\cdot 10^8 \text{ м/с}.$$

Домашние задания

Задача 9.2.1

При освещении поверхности металла излучением с длиной волны λ задерживающее напряжение для фотоэлектронов равно U. Работа выхода электронов из металла равняется A, красная граница фотоэффекта λ_0. Определите неизвестную величину.

Шифр	λ, мкм	U, В	A, эВ	λ_0, мкм
1	0,25	?	2,8	–
2	0,48	1,3	?	–
3	0,45	2,1	–	?
4	0,35	?	–	0,46
5	?	1,4	–	0,29

Задача 9.2.2

Красная граница фотоэффекта для металла с работой выхода A соответствует длине волны λ_0. При освещении поверхности металла излучением с длиной волны λ максимальная скорость фотоэлектронов равна v. Определите неизвестную величину.

Шифр	A, эВ	λ_0, мкм	λ, мкм	v, км/с
1	–	0,41	?	750
2	2,5	–	0,27	?
3	–	?	0,29	400
4	–	0,36	?	1200
5	?	–	0,14	1300

Задача 9.2.3

При падении излучения с длиной волны λ на пластинку из металла с красной границей фотоэффекта λ_{01} задерживающее напряжение для фотоэлектронов равнялось U_1, а при падении на пластинку с красной границей λ_{02} оно равнялось U_2. Определите неизвестную величину.

Шифр	λ, мкм	λ_{01}, мкм	U_1, В	λ_{02}, мкм	U_2, В
1	?	0,54	1,8	–	–
2	0,23	–	–	?	3,8
3	–	?	4,3	0,41	5,1
4	–	0,35	1,8	0,45	?
5	0,24	0,47	?	–	–

Задача 9.2.4

При освещении фотокатода площадью S излучение с длиной волны λ и плотностью потока энергии R ток насыщения в фотоэлементе равен I. Доля фотонов, выбивающих из фотокатода электроны, равна η. Определите неизвестную величину.

Шифр	λ, мкм	R, эрг/(с·см^2)	S, см^2	I, мкА	η
1	0,43	230	?	0,075	0,05
2	?	25	5,8	0,16	0,03
3	0,27	?	2,2	0,23	0,038
4	0,43	75	2,0	0,15	?
5	0,15	130	4,3	?	0,015

Задача 9.2.5

На поверхность фотокатода падает поток энергии электромагнитного излучения Ф. Длина волны падающего излучения λ. Определенная доля η фотонов выбивает электроны из фотокатода. Ток насыщения равен I. Определите неизвестную величину.

Шифр	Ф, эрг/с	λ, мкм	η	I, мкА
1	115	0,48	0,04	?
2	180	?	0,015	0,064
3	290	0,13	?	0,17
4	55	0,41	0,05	?
5	?	0,43	0,03	0,48

9.3. Эффект Комптона

Эффект Комптона заключается в рассеянии фотонов на частицах вещества (рис. 9.3.1), причем в рассеянном излучении наблюдаются излучения с первоначальной длиной волны и с *большей* длиной волны.

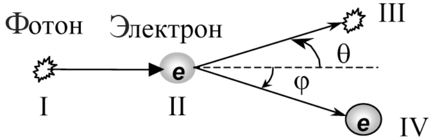

Рис. 9.3.1. Эффект Комптона:
θ – угол рассеяния фотона; φ – угол отдачи электрона

Энергия и импульс фотона и электрона до взаимодействия:

$$\begin{aligned} &\text{I. } E = \hbar\omega,\ \vec{p}_{\text{ф}} = \hbar\vec{k};\\ &\text{II. } E_{\text{э}} = m_0c^2,\ \vec{p}_{\text{э}} = 0. \end{aligned} \qquad (9.3.1)$$

Энергия и импульс фотона и электрона после взаимодействия:

$$\begin{aligned} &\text{III. } E' = \hbar\omega',\ \vec{p}'_{\text{ф}} = \hbar\vec{k}';\\ &\text{IV. } E'_{\text{э}} = mc^2,\ \vec{p}_{\text{э}} = m\vec{\text{v}}, \end{aligned} \qquad (9.3.2)$$

где $m = \gamma m_0$, здесь γ – релятивистский фактор.

Уравнение закона сохранения энергии:

$$\hbar\omega + m_0c^2 = \hbar\omega' + mc^2. \qquad (9.3.3)$$

Уравнение закона сохранения импульса (рис. 9.3.2):

$$\hbar\vec{k} = \hbar\vec{k}' + m\vec{\text{v}}. \qquad (9.3.4)$$

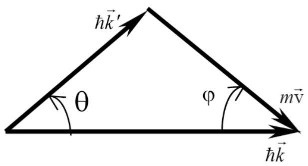

Рис. 9.3.2. Векторная диаграмма закона сохранения импульса в эффекте Комптона

В рассеянном излучении наблюдается новый фотон с большей длиной волны λ' $(\lambda' > \lambda)$. Смещение длины волны определяется формулой Комптона

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0 c}(1 - \cos\theta) = \Lambda(1 - \cos\theta)\,, \qquad (9.3.5)$$

где $\Lambda = \dfrac{h}{m_0 c}$ – комптоновская длина волны.

Угол отдачи электрона φ определяется по формуле

$$\operatorname{tg}\varphi = -\frac{\operatorname{ctg}\dfrac{\theta}{2}}{1 + \dfrac{\hbar\omega}{m_0 c^2}}\,. \qquad (9.3.6)$$

Знак $\ll - \gg$ показывает *только* разные направления отсчета углов θ и φ.

Примеры решения задач

Пример 9.3.1. В результате эффекта Комптона фотон был рассеян на угол $\theta = 90°$ при соударении с неподвижным слабо связанным электроном (см. рис. 9.3.1). Энергия рассеянного фотона равна $E' = 0{,}4$ МэВ. Вычислите:

1) энергию падающего фотона E;

2) изменение длины волны фотона при рассеянии $\Delta\lambda$;

3) кинетическую энергию электрона отдачи K;

4) долю η энергии фотона, переходящую в кинетическую энергию электрона;

5) полную энергию электрона отдачи $E_э$;

6) скорость электрона отдачи $v_э$;

7) импульс электрона отдачи $p_э$;

8) длину волны де Бройля, ассоциированной с электроном отдачи $\lambda_э$;

9) угол отдачи электрона φ.

Решение

1. Для нахождения энергии падающего фотона применим формулу Комптона

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0 c}\left(1 - \cos\theta\right). \tag{1}$$

Представим формулу (1) в виде

$$\Delta\lambda = \frac{hc}{E'} - \frac{hc}{E} = \frac{h}{m_0 c} \cdot \frac{c}{c}\left(1 - \cos\theta\right)$$

или, с учетом $\theta = 90°$,

$$\frac{1}{E'} - \frac{1}{E} = \frac{1}{E_0}, \tag{2}$$

где E_0 – энергия покоя электрона.

Из уравнения (2) энергия падающего фотона равняется

$$E = \frac{E'E_0}{E_0 - E'}. \tag{3}$$

2. Изменение длины волны падающего фотона по формулам (1) и (3) равно

$$\Delta\lambda = hc\left(\frac{1}{E'} - \frac{1}{E}\right) = \frac{hc}{E_0}. \tag{4}$$

3. При рассеянии фотона на электроне часть энергии падающего фотона получает электрон отдачи в виде кинетической энергии. Кинетическая энергия электрона находится из закона сохранения энергии для эффекта Комптона:

$$K = E_э - E_0 = E - E' = \frac{\left(E'\right)^2}{E_0 - E'}. \tag{5}$$

4. Долю η энергии фотона, переходящую в кинетическую энергию электрона, найдем по формуле

$$\eta = \frac{K}{E} = \frac{E - E'}{E} = 1 - \frac{E'}{E}. \tag{6}$$

5. Полная энергия электрона равна

$$E_э = K + E_0 = \frac{\left(E'\right)^2}{E_0 - E'} + E_0. \tag{7}$$

6. Скорость электрона отдачи найдем из формулы

$$E_э = \frac{E_0}{\sqrt{1-\frac{v_э^2}{c^2}}},$$

откуда

$$v_э = c\sqrt{1-\left(\frac{E_0}{E_э}\right)^2}. \tag{8}$$

7. Зная скорость электрона отдачи, определяемую по формуле (8), вычислим импульс электрона отдачи

$$p_э = \frac{m_0 v_э}{\sqrt{1-\frac{v_э^2}{c^2}}}. \tag{9}$$

8. Длина волны де Бройля, ассоциированной с электроном отдачи, равна

$$\lambda_э = \frac{h}{p_э}. \tag{10}$$

9. Чтобы найти угол отдачи электрона, построим векторную диаграмму закона сохранения импульса в эффекте Комптона (рис. 1):

$$\hbar\vec{k} = \hbar\vec{k}' + m\vec{v}_э.$$

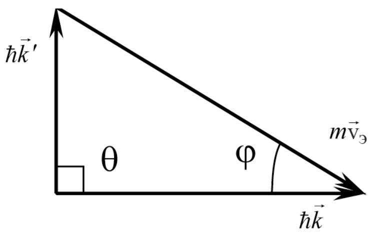

Рис. 1

Угол отдачи равен

$$\varphi = \mathrm{arctg}\left(\frac{\hbar k'}{\hbar k}\right) = \mathrm{arctg}\left(\frac{\lambda}{\lambda'}\right) = \mathrm{arctg}\left(\frac{E'}{E}\right). \tag{11}$$

Из векторной диаграммы можно найти и импульс электрона отдачи

$$p_э = \sqrt{\left(\hbar k\right)^2 + \left(\hbar k'\right)^2} .$$

Подставим числовые значения в формулы (3) – (11) и выполним вычисления:

$$E = \frac{0,4 \cdot 0,511}{0,511 - 0,4} = 1,84 \text{ МэВ}.$$

$$\Delta\lambda = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{8}}{0,511 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} = 2,43 \text{ пм}.$$

$$K = \frac{0,4^2}{0,511 - 0,4} = 1,44 \text{ МэВ}.$$

$$\eta = 1 - \frac{0,4}{1,84} = 0,783 .$$

$$E_э = \frac{0,4^2}{0,511 - 0,4} + 0,511 = 1,95 \text{ МэВ}.$$

$$\text{v}_э = 3 \cdot 10^8 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{0,511}{1,95}\right)^2} = 2,\ 90 \cdot 10^8 \text{ м/с}.$$

$$p_э = \frac{9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 2,90 \cdot 10^8}{\sqrt{1 - \dfrac{\left(2,90 \cdot 10^8\right)^2}{\left(3 \cdot 10^8\right)^2}}} = 1,01 \cdot 10^{-21} \text{ (кг·м)/с}.$$

$$\lambda_э = \frac{6,62 \cdot 10^{-34}}{1,01 \cdot 10^{-21}} = 6,55 \cdot 10^{-13} \text{ м}.$$

$$\varphi = \text{arctg}\left(\frac{0,4}{1,84}\right) = 12°16'.$$

Домашние задания

Задача 9.3.1

Узкий пучок рентгеновского излучения с длиной волны λ рассеивается на покоившихся слабо связанных электронах. При этом отношения длин волн излучения, рассеянного под углами θ_1 и θ_2, равно $\lambda_1/\lambda_2 = n$. Определите неизвестную величину.

Шифр	λ, пм	θ_1, градус	θ_2, градус	$\lambda_1/\lambda_2 = n$
1	3,7	?	22	1,18
2	?	70	115	0,52
3	1,9	160	?	2,6
4	?	130	36	1,7
5	5,0	35	105	?

Задача 9.3.2

При столкновении с покоившимся слабо связанным электроном рентгеновский фотон испытал комптоновское рассеяние на угол θ. Первоначальная энергия фотона равна E, энергия фотона после рассеяния равна E', энергия электрона отдачи равна $E_э$. Определите неизвестную величину.

Шифр	θ, градус	E, МэВ	E', МэВ	$E_э$, МэВ
1	–	120	?	17
2	1,4	50	–	?
3	0,65	?	770	–
4	3,6	–	?	22
5	?	100	85	–

Задача 9.3.3

При столкновении с покоившимся слабо связанным электроном рентгеновский фотон с длиной волны λ испытал комптоновское рассеяние на угол θ. Кинетическая энергия электрона отдачи равна K, угол между падающим фотоном и направлением движения электрона отдачи равен φ. Определите неизвестную величину.

Шифр	λ, пм	θ, градус	K, МэВ	φ, градус
1	60	0,33	–	?
2	130	–	?	0,14
3	20	?	–	0,17
4	37	0,15	?	–
5	?	1,26	–	0,65

Задача 9.3.4

Фотон с энергией E рассеялся на покоившемся слабо связанном электроне, в результате чего его длина волны изменилась на $\Delta\lambda$. Угол отдачи электрона равен φ. Определите неизвестную величину.

Шифр	$\Delta\lambda$, пм	E, МэВ	φ, градус
1	3	0,15	?
2	?	0,685	27
3	3	?	29,5
4	4	0,17	?
5	?	0,086	28

Задача 9.3.5

Фотон с энергией E испытал рассеяние на покоившемся слабо связанном электроне. Угол рассеяния фотона равен θ. Угол отдачи электрона равен φ. Угол между направлениями разлета электрона отдачи и рассеянного фотона α. Комптоновское смещение длины волны фотона составляет $\Delta\lambda$. Энергия покоя электрона равна 511 кэВ. Определите неизвестную величину.

Шифр	E, кэВ	$\Delta\lambda$, пм	θ, градус	φ, градус	α, градус
1	374	1,2	–	–	?
2	374	1,2	–	?	–
3	374	–	?	–	–
4	?	–	–	40	100
5	–	?	59,65	–	–

Глава 10. ЭЛЕМЕНТЫ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ И АТОМНОЙ ФИЗИКИ

10.1. Волны де Бройля

Волна, ***ассоциированная*** с движущимися частицами вещества (*сопутствующая частицам вещества*), называется ***волной де Бройля***.

Гипотеза Луи де Бройля подтверждена оптико-механической аналогией Гамильтона – Шредингера: *волновая механика относится к классической механике так же, как волновая оптика к геометрической оптике* (табл. 10.1.1).

Таблица 10.1.1

В общем случае	
Волновая механика Распространение волн, ассоциированных с частицами вещества	*Волновая оптика* Распространение волн электромагнитного поля
Любые массы частиц: $0 < m < \infty$ $\lambda = \dfrac{h}{m\text{v}}$	Любые длины волн: $0 < \lambda < \infty$ $\lambda = \dfrac{h}{mc}$ (в вакууме)
Основное понятие – *фронт волны*	
В предельном случае	
Классическая механика Массивные тела: $m \to \infty$ Движение частиц вещества $\lambda = \dfrac{h}{m\text{v}} \to 0$	*Геометрическая оптика* Очень короткие волны: $\lambda \to 0$ Движение частиц поля (*фотонов*) $m = \dfrac{h\nu}{c^2} = \dfrac{h}{\lambda c} \to \infty$
Основное понятие – *траектория (луч)*	

Частота волны, ассоциированной с движущейся частицей, равна энергии частицы, деленной на постоянную Планка:

$$\omega = \frac{E}{\hbar}, \qquad (10.1.1)$$

а длина волны – частному от деления постоянной Планка на импульс частицы:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\gamma m_0 \text{v}}. \qquad (10.1.2)$$

Такая связь между частицей и соответствующей ей волной обладает еще и тем бóльшим преимуществом, что она в точности совпадает с соотношением Эйнштейна для фотона и световой волны, т.е. для частиц вещества и для частиц света установлен один и тот же вид *корпускулярно-волнового дуализма.*

Частица может находиться в том или ином положении с некоторой вероятностью, которая определяется ассоциированной с частицей волной де Бройля. Таким образом, механический процесс движения частицы сопряжен с волновым процессом – процессом распространения волны де Бройля, подчиняющейся *стационарному уравнению Шредингера*

$$\Delta\psi + \frac{2m}{\hbar^2}\left(E - U\right)\psi = 0. \qquad (10.1.3)$$

Физический смысл волновой функции ψ волны де Бройля (по М. Борну) заключается единственно в том, что квадрат ее модуля в каждой точке и в каждый момент времени равен плотности вероятности нахождения частицы в этой точке пространства в тот же момент времени:

$$\left|\psi\right|^2 = \mathrm{w}. \qquad (10.1.4)$$

Примеры решения задач

Пример 10.1.1. Электрон движется с релятивистской скоростью v = 200 Мм/с. Определите длину волны де Бройля, ассоциированной с этим электроном.

Решение

Длину волны де Бройля можно определить по формуле

$$\lambda = \frac{h}{m\mathrm{v}}. \qquad (1)$$

Так как электрон релятивистский, то

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{\mathrm{v}^2}{c^2}}}. \qquad (2)$$

Подставим формулу (2) в (1) и получим, что длина волны де Бройля равна

$$\lambda = \frac{h\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}{m_0 v}. \qquad (3)$$

Подставим в формулу (3) числовые значения и выполним вычисления:

$$\lambda = \frac{6,62\cdot 10^{-34}\sqrt{1-\dfrac{4\cdot 10^{16}}{9\cdot 10^{16}}}}{9,11\cdot 10^{-31}\cdot 2\cdot 10^{8}} = 2,02\cdot 10^{-12}\ \text{м} = 2,02\ \text{пм}.$$

Домашние задания

Задача 10.1.1

Пучок электронов с кинетической энергией W попадает в ускоряющее электрическое поле напряженностью E. После того, как электроны прошли вдоль силовых линий поля расстояние ℓ, их дебройлевская длина волны стала λ. Определите неизвестную величину.

Шифр	W, МэВ	E, кВ/см	ℓ, см	λ, пм
1	1,25	16,0	?	0,63
2	0,17	28,0	15	?
3	?	0,8	38	3,7
4	0,65	12,0	17	?
5	0,35	?	21	1,2

Задача 10.1.2

Частица с зарядом $q=Z{\cdot}e$ (e – элементарный заряд) и массой – $m = A{\cdot}m_p$ (m_p – масса покоя протона), имевшая первоначально кинетическую энергию W, дополнительно ускоряется, проходя разность потенциалов U. После ускорения длина волны де Бройля этой частицы равна λ. Определите неизвестную величину.

Шифр	Z	A	W, МэВ	U, МВ	$\lambda{\cdot}10^5$, м
1	1	2	?	420	0,68
2	3	6	1800	630	?
3	1	1	510	?	0,91
4	3	4	950	?	0,34
5	1	2	140	70	?

Задача 10.1.3

Частица с зарядом $q = Z{\cdot}e$ (e – элементарный заряд) и массой $m = A{\cdot}m_p$ (m_p – масса покоя протона), движущаяся со скоростью v, попадает в однородное тормозящее электрическое поле с напряженностью E и проходит вдоль его силовых линий расстояние ℓ. После этого дебройлевская длина волны частицы оказывается равной λ. Определите неизвестную величину.

Шифр	Z	A	v, км/с	E, кВ/см	ℓ, см	λ, пм
1	1	2	?	0,25	1,5	1,9
2	2	3	4300	23,0	5,1	?
3	6	12	470	0,5	2,8	?
4	1	1	2500	1,2	?	0,28
5	1	2	320	?	3,1	0,96

Задача 10.1.4

Параллельный пучок электронов с энергией W падает нормально на диафрагму в виде узкой прямоугольной щели шириной b. На экране, отстоящем от щели на расстоянии L, ширина центрального дифракционного максимума равна ΔX. Определите неизвестную величину.

Шифр	W, эВ	b, мкм	L, см	ΔX, мкм
1	85	?	55	40
2	290	2,5	52	?
3	?	5,5	62	37
4	12	9,2	48	?
5	130	8,0	?	28

Задача 10.1.5

Пучок частиц с зарядом $q = Z{\cdot}e$ (e – элементарный заряд) и массой $m = A{\cdot}m_p$ (m_p – масса покоя протона), ускоренных напряжением U, падает на поверхность монокристалла с кубической решеткой, период которой равен d. Минимальное значение угла между направлением пучка и поверхностью кристалла, при котором наблюдается отражение пучка, равно φ. Определите неизвестную величину.

Шифр	Z	A	U, В	d, нм	φ, угл. мин
1	3	6	?	0,19	3,7
2	1	1	170	?	8,1
3	1	2	590	0,38	?
4	1	3	?	0,25	15,0
5	2	4	250	0,32	?

Задача 10.1.6

Пучок электронов с энергией W падает нормально на поверхность монокристалла. В направлении, составляющем угол θ с нормалью к поверхности, наблюдается максимум отражения пучка порядка m. Межплоскостное расстояние, соответствующее этому отражению, равно d. Определите неизвестную величину.

Шифр	W, эВ	θ, градус	m	d, нм
1	?	75	3	0,26
2	140	55	5	?
3	720	?	7	0,21
4	170	48	4	?
5	450	?	6	0,22

10.2. Атом водорода. Оптические спектры водорода и водородоподобных атомов

10.2.1. Движение электрона в центрально-симметричном поле в атоме водорода

Электрон в атоме водорода находится в стационарном силовом поле протона. Потенциальная энергия взаимодействия электрона и протона выражается формулой

$$U(r) = -\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}. \qquad (10.2.1)$$

Зависимость $U(r)$ графически может быть представлена в виде потенциальной ямы (рис. 10.2.1).

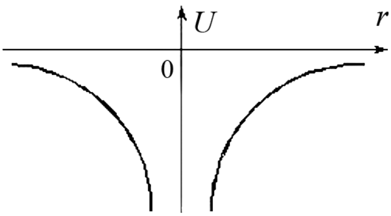

Рис. 10.2.1. Потенциальная яма для электрона в атоме водорода

Движение электрона в атоме водорода описывается волновым уравнением Шредингера:

$$\Delta\psi + \frac{2m}{\hbar^2}\left(E - U\right)\psi = 0. \qquad (10.2.2)$$

Представим пространственную волновую функцию в виде произведения трех независимых волновых функций, заданных в сферических координатах:

$$\psi(x, y, z) = \psi(r, \theta, \varphi) = R(r)\cdot\Theta(\theta)\cdot\Phi(\varphi),$$

где $R = R_{n\ell}(r)$ – радиальная волновая функция;

$$\left.\begin{aligned}\Theta &= \Theta_{\ell m_\ell}(\theta)\\ \Phi &= \Phi m_\ell(\varphi)\end{aligned}\right\}$$ – угловые волновые функции.

Индексы n, ℓ и m_ℓ представляют собой *пространственные квантовые числа*.

Главное квантовое число n характеризует квантование полной энергии электрона (рис. 10.2.2):

$$E_n = -\frac{me^4}{8h^2\varepsilon_0^2}\frac{1}{n^2} \qquad (10.2.3)$$

и может принимать следующие значения:

n = 1, 2, 3, 4, 5, 6, … (или, символически, K, L, M, N, O, P, …).

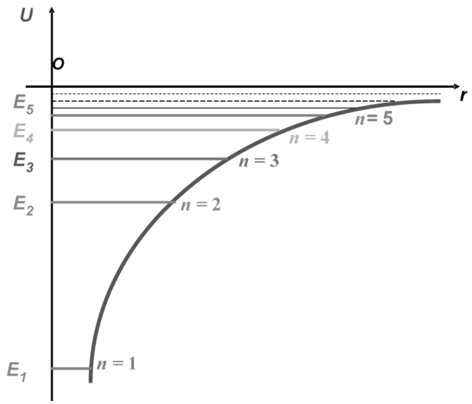

Рис. 10.2.2. Квантование полной энергии электрона в атоме водорода: E_1 = –13,6 эВ – энергия основного состояния

Полная энергия электрона *в водородоподобных атомах* (ионизированные атомы He^{+1}, Li^{+2}, Be^{+3} и т.п.) равна

$$E_n = -\frac{me^4}{8h^2\varepsilon_0^2}\frac{Z^2}{n^2}, \qquad (10.2.4)$$

где Z – порядковый номер атома в периодической системе элементов Д.И. Менделеева.

На данном энергетическом уровне E_n электрон может находиться в *нескольких* квантовых состояниях $\psi_{n\ell m_\ell}$, определяемых квантовыми числами ℓ и m_ℓ, т.е. модулем вектора орбитального момента импульса и его ориентацией. Это называется *вырождением энергетического уровня*. Кратность вырождения равна

$$\sum_{\ell=0}^{n-1}(2\ell+1) = n^2. \qquad (10.2.5)$$

10.2.2. Спектр атома водорода

При переходах электрона из возбужденного состояния (рис. 10.2.3) на нижележащие энергетические уровни испускаются фотоны разных энергий (рис. 10.2.4), значения которых квантованы, как квантованы значения полной энергии электрона (см. рис. 10.2.2).

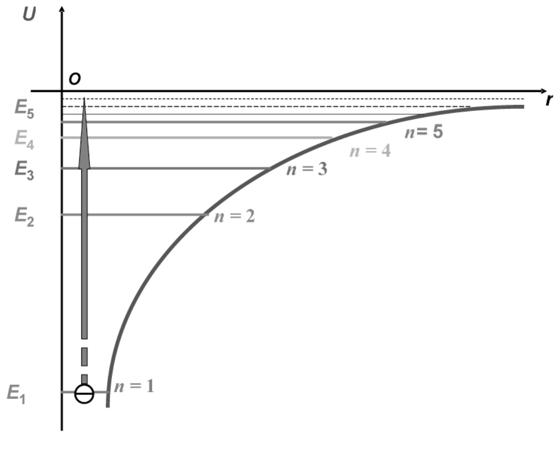

Рис. 10.2.3. Возбуждение спектральных серий в атоме водорода

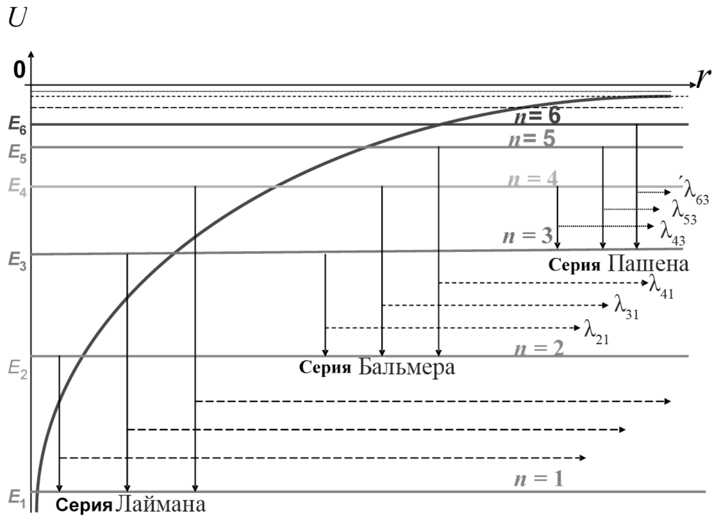

Рис. 10.2.4. Возникновение спектральных серий в атоме водорода

Энергия фотонов, испускаемых при переходах электронов между энергетическими уровнями, определяется формулой Бальмера:

$$\hbar\omega = E_{\text{н}} - E_{\text{к}} = -R\left(\frac{1}{n_{\text{н}}^2} - \frac{1}{n_{\text{к}}^2}\right) = R\left(\frac{1}{n_{\text{к}}^2} - \frac{1}{n_{\text{н}}^2}\right), \qquad (10.2.6)$$

где R – постоянная Ридберга:

$$R = \frac{me^4}{8h^2\varepsilon_0^2} = 13{,}6 \text{ эВ}; \qquad (10.2.7)$$

$n_{\text{н}}$ и $n_{\text{к}}$ – номера энергетических уровней, с которых начинаются и на которых заканчиваются переходы электрона, соответственно.

В атоме водорода:

– серия Лаймана (ультрафиолетовая серия) $\hbar\omega = R\left(1 - \frac{1}{n_{\text{н}}^2}\right)$;

– серия Бальмера (видимая серия) $\hbar\omega = R\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{n_{\text{н}}^2}\right)$;

– серия Пашена (первая инфракрасная серия) $\hbar\omega = R\left(\frac{1}{9} - \frac{1}{n_{\text{н}}^2}\right)$.

10.2.3. Спектр водородоподобных атомов

В *водородоподобных атомах* (представляющих собой системы, в которых вокруг ядра с зарядом $(+Ze)$ движется один электрон, например, He^{+1}, Li^{+2}, Be^{+3} и т.п.), энергия фотонов, испускаемых при переходах электронов между энергетическими уровнями, определяется формулой

$$\hbar\omega = E_{\text{н}} - E_{\text{к}} = RZ^2\left(\frac{1}{n_{\text{к}}^2} - \frac{1}{n_{\text{н}}^2}\right). \qquad (10.2.8)$$

Примеры решения задач

Пример 10.2.1. Электрон в атомарном водороде, возбужденный светом определенной длины волны (см. рис. 10.2.3), при переходе в основное состояние испускает *только* три спектральные линии. Определите длины волн этих линий; укажите, каким сериям они принадлежат, и нарисуйте схему соответствующих переходов электрона.

Решение

При переходах электронов с верхних энергетических уровней на нижние (разница энергий ΔE) излучаются фотоны. По формуле Планка

$$\hbar\omega = \frac{hc}{\lambda} = \Delta E, \qquad (1)$$

а по формуле Бальмера

$$\hbar\omega = R\left(\frac{1}{n_{\text{к}}^2} - \frac{1}{n_{\text{н}}^2}\right). \qquad (2)$$

Таким образом, из выражений (1) и (2) длина волны фотона равна

$$\lambda = \frac{hc}{R\left(\frac{1}{n_{\text{к}}^2} - \frac{1}{n_{\text{н}}^2}\right)}. \qquad (3)$$

При переходе в основное состояние испускаются три фотона с длинами волн λ_1, λ_2, λ_3, если начальные уровни $n_н = 2$ и $n_н = 3$, т.е. испускаются фотоны двух спектральных серий (см. рис. 10.2.4): Лаймана (с $n_н = 2$ и с $n_н = 3$ на $n_к = 1$) и Бальмера (с $n_н = 3$ на $n_к = 2$) соответственно.

Подставим числовые значения в формулу (3) и выполним вычисления:

$$\lambda_1 = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{13,6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right)} = 1,22 \cdot 10^{-7} \text{ м} = 122 \text{ нм};$$

$$\lambda_2 = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{13,6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{3^2} \right)} = 1,03 \cdot 10^{-7} \text{ м} = 103 \text{ нм};$$

$$\lambda_3 = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{13,6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right)} = 6,57 \cdot 10^{-7} \text{ м} = 657 \text{ нм}.$$

Домашние задания

Задача 10.2.1

Энергия фотона, испускаемого при переходе электрона с энергетического уровня $n_н$ на уровень $n_к$ в водородоподобном атоме $_Z X^A$, равна E, длина волны равна λ, линейная частота равна ν, а циклическая – ω. Определите неизвестную величину.

Шифр	Z	$n_н$	$n_к$	E, эВ	ν, Гц	ω, рад/с	λ, нм
1	2	3	1	?	–	–	–
2	2	3	2	–	–	?	–
3	3	2	1	–	–	–	?
4	4	3	1	?	–	–	–
5	3	3	2	–	?	–	–

Задача 10.2.2

Для того чтобы в спектре атома водорода появилась одна линия определенной серии, электрон должен поглотить фотон, энергия которого равна E, длина волны равна λ, линейная частота равна ν, циклическая – ω. Определите неизвестную величину.

Шифр	Серия	E, эВ	ν, Гц	ω, рад/с	λ, нм
1	Лаймана	?	–	–	–
2	Бальмера	–	?	–	–
3	Пашена	–	–	?	–
4	Брекета	–	–	–	?
5	Пфунда	–	?	–	–

Задача 10.2.3

Энергия фотона, испускаемого при переходе электрона с энергетического уровня $n_{\text{н}}$ на уровень $n_{\text{к}}$ в водородоподобном атоме ${}_Z X^A$, равна E, длина волны равна λ, линейная частота равна ν, а циклическая – ω. Определите неизвестную величину.

Шифр	Z	$n_{\text{н}}$	$n_{\text{к}}$	E, эВ	ν, Гц	ω, рад/с	λ, нм
1	4	3	2	?	–	–	–
2	3	3	1	–	?	–	–
3	2	2	1	–	–	?	–
4	3	4	3	–	–	–	?
5	4	4	2	?	–	–	–

10.3. Рентгеновское излучение

В ядрах многоэлектронных атомов находится более одного протона и поле ядер становится *некулоновским*: оно не обладает сферической симметрией. Ослабляется связь каждого электрона с ядром. В таких атомах на электроны действует заряд ядра, равный не $(+Ze)$, а $\left[+\left(Z-\sigma_{n\ell}\right)e\right]$ – за счет *экранирующего* влияния электронов, более близких к ядру. Поэтому полная энергия электрона в многоэлектронных атомах

$$E = -\frac{R}{n^2}\left(Z-\sigma_{n\ell}\right)^2, \qquad (10.3.1)$$

где $\sigma_{n\ell}$ – *постоянная экранирования*, определяемая *главным* и *орбитальным* квантовыми числами.

Различие спектра многоэлектронных атомов и спектра водорода состоит в том, что коротковолновая граница смещена в рентгеновский диапазон. Рентгеновские спектры определяются переходами внутренних электронов, защищенных от внешних воздействий наружными электронами. Поэтому это рентгеновское излучение называется *характеристическим*, так как оно однозначно характеризует данный химический элемент.

Спектральные серии в рентгеновском излучении атомов (рис. 10.3.1) описываются формулой закона Мозли:

$$\hbar\omega = R\left(z-\sigma_{n\ell}\right)^2\left(\frac{1}{n_{\text{к}}^2}-\frac{1}{n_{\text{н}}^2}\right). \qquad (10.3.2)$$

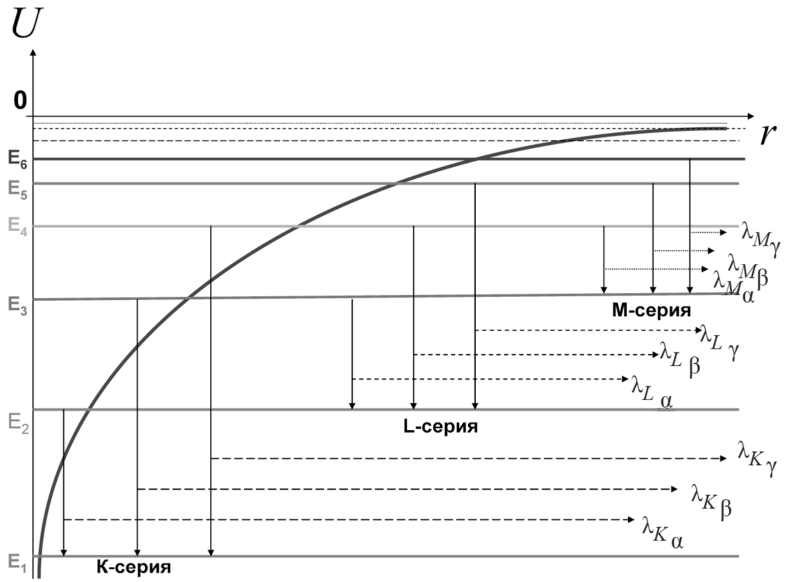

Рис. 10.3.1. Рентгеновские характеристические спектры атомов: в каждой спектральной серии $\lambda_\alpha > \lambda_\beta > \lambda_\gamma$

Примеры решения задач

Пример 10.3.1. Какую наименьшую разность потенциалов U нужно приложить к рентгеновской трубке, антикатод которой покрыт ванадием, чтобы в спектре рентгеновского излучения появилась вся K-серия? Коротковолновая граница K-серии ванадия составляет 226 пм.

Решение

K-серия образуется при переходах электронов в основное состояние, т.е. на уровень $n=1$ (рис. 10.3.1). Если энергия возбуждения электрона $E_{\text{возб}} = eU$, то максимальная энергия излучаемых фотонов $E_{\text{изл}}^{\max} = E_{\text{возб}}$, т.е.

$$E_{\text{изл}}^{\max} = \frac{hc}{\lambda_{\min}} = eU \,, \qquad (1)$$

где $\lambda_{\min}$ – коротковолновая граница K-серии.

Следовательно,

$$U = \frac{hc}{e\lambda_{\min}} .$$

Подставим числовые значения и выполним вычисления:

$$U = \frac{6{,}62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{8}}{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 2{,}26 \cdot 10^{-10}} = 5{,}49 \cdot 10^{3} \text{ В} = 5{,}49 \text{ кВ}.$$

Домашние задания

Задача 10.3.1

В рентгеновской трубке с антикатодом из материала с атомным номером Z_1 K-серия возбуждается при минимальном напряжении U_1. Чтобы возбудить K-серию в трубке с антикатодом из материала с атомным номером Z_2, потребовалось увеличить напряжение на величину ΔU. Определите неизвестную величину.

Шифр	Z_1	U_1, кВ	Z_2	ΔU, кВ
1	–	?	29	2,8
2	–	4,6	47	?
3	39	–	48	?
4	–	?	42	9,6
5	22	–	27	?

Задача 10.3.2

При исследовании линейчатого рентгеновского спектра атома ${}_Z X^A$ было найдено, что длина волны линии определенной серии равна λ, а энергия соответствующего фотона равна E. Постоянная экранирования равна $\sigma_{n\ell}$. Определите неизвестную величину.

Шифр	$n_н$	$n_к$	Z	$\sigma_{n\ell}$	E, эВ	ω, рад/с	λ, пм
1	2	1	?	1	–	–	76
2	4	3	29	14,72	?	–	–
3	3	1	42	0,5	–	?	–
4	3	2	29	4,36	–	–	?
5	3	1	?	0,44	–	–	126

Задача 10.3.3

В атоме ${}_Z X^A$ электрон перешел с уровня $n_н$ на уровень $n_к$. Принимая постоянную экранирования равной $\sigma_{n\ell}$, определите энергию E, циклическую частоту ω и длину волны λ испущенного фотона.

Шифр	Z	$n_н$	$n_к$	$\sigma_{n\ell}$	E, эВ	ω, рад/с	λ, пм
1	74	3	2	5,5	–	–	?
2	29	4	2	4,36	?	–	–
3	42	2	1	1	–	?	–
4	?	5	2	5,5	–	–	92,6
5	42	3	1	?	–	–	59,6

Глава 11. ФИЗИКА ЯДРА И ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ

11.1. Строение ядер

Ядро атома состоит из нуклонов:

протонов (p^+) – заряд $q_p = 1e$, масса m_p = 1,00728 а.е.м.,

и

нейтронов (n^0) – заряд $q_n = 0$, масса m_n = 1,00867 а.е.м.,

где а.е.м. – атомная единица массы, 1 а.е.м. = $1{,}66 \cdot 10^{-27}$ кг.

С учетом формулы Эйнштейна

$$E = mc^2 \qquad (11.1.1)$$

одной атомной единице массы соответствует энергия 931,4 МэВ.

Символика ядра

$$_{Z}X^{A}, \qquad (11.1.2)$$

где Z – *порядковый номер элемента* (количество протонов в ядре), который определяет заряд (*зарядовое число*) ядра Q:

$$Q = +Ze; \qquad (11.1.3)$$

A – *массовое число* – целое число, наиболее близкое к массе ядра, выраженной в а.е.м.:

$A = Z + N$ (сумма протонов и нейтронов).

Ядерная символика нуклонов

$$\begin{cases} n^0 \to {}_0n^1, \\ p^+ \to {}_1p^1. \end{cases}$$

11.2. Радиоактивный распад ядер

11.2.1. Виды радиоактивных превращений

При исследовании спонтанного превращения одних ядер в другие были обнаружены потоки элементарных частиц, отклоняющихся в магнитном поле по-разному (рис. 11.2.1).

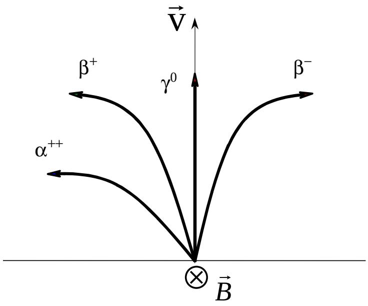

Рис. 11.2.1. Отклонение в магнитном поле
элементарных частиц при радиоактивных превращениях ядер

1. α-***распад***: испускание ядер гелия ${}_2\mathrm{He}^4$.
Механизм образования α-частицы:
$2{}_1p^1 + 2{}_0n^1 \to {}_2\mathrm{He}^4 + 7$ МэВ/нуклон.
Пример α-распада: ${}_{92}\mathrm{U}^{238} \to {}_{90}\mathrm{Th}^{234} + {}_2\mathrm{He}^4$.

2. β^+-***распад***: испускание позитронов ${}_{+1}e^0$.
Механизм β^+-распада: ${}_1p^1 \to {}_0n^1 + {}_{+1}e^0 + {}_0\nu_e^0$.
Пример β^+-распада: ${}_7\mathrm{N}^{13} \to {}_6\mathrm{C}^{13} + {}_{+1}e^0 + {}_0\nu_e^0$.

3. β^--***распад***: испускание электронов ${}_{-1}e^0$.
Механизм β^--распада: ${}_0n^1 \to {}_1p^1 + {}_{-1}e^0 + {}_0\tilde{\nu}_e^0$.
Пример β^--распада: ${}_{90}\mathrm{Th}^{234} \to {}_{91}\mathrm{Pa}^{234} + {}_{-1}e^0 + {}_0\tilde{\nu}_e^0$.

4. γ-***активность***: испускание потока фотонов ${}_0\gamma^0$.
Пример: ${}_{92}\mathrm{U}^{238} + {}_0n^1 \to {}_{92}\mathrm{U}^{239} + {}_0\gamma^0$.

5. ***K-захват***: электрон с *K*-слоя захватывается ядром (рис. 11.2.2).

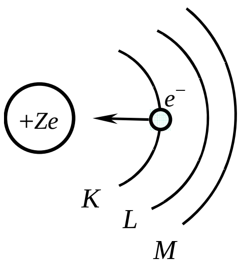

Рис. 11.2.2. Схема *K*-захвата

Механизм K-захвата: ${}_{1}p^{1} + {}_{-1}e^{0} \rightarrow {}_{0}n^{1} + {}_{0}\nu_{e}^{0}$.

Пример K-захвата: ${}_{23}\mathrm{V}^{49} + {}_{-1}e^{0} \rightarrow {}_{22}\mathrm{Ti}^{49} + {}_{0}\nu_{e}^{0}$.

K-захват характеризуется появлением рентгеновского излучения K-серии.

11.2.2. Закон радиоактивного распада

Закон радиоактивного распада ядер (рис. 11.2.3):

$$N = N_0 e^{-\lambda t}, \tag{11.2.1}$$

где N – число ядер, нераспавшихся к моменту времени t;
N_0 – исходное число ядер в момент времени $t = 0$;
λ – постоянная радиоактивного распада:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}, \tag{11.2.2}$$

здесь $T_{1/2}$ – период полураспада.

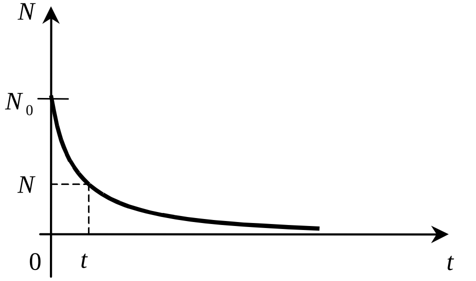

Рис. 11.2.3. К закону радиоактивного распада ядер

Число ядер, распавшихся за время t:

$$N_0 - N = N_0(1 - e^{-\lambda t}). \tag{11.2.3}$$

Скорость распада

$$\frac{\mathrm{d}N_{\text{расп}}}{\mathrm{d}t} = \lambda N_0 e^{-\lambda t} = \lambda N, \tag{11.2.4}$$

где λN – активность ядер: 1 распад в секунду = 1 Бк = $2{,}70 \cdot 10^{-11}$ Ku.

Примеры решения задач

Пример 11.2.1. Какова вероятность того, что данный атом в изотопе радиоактивного иода I^{131} распадется в течение ближайшей секунды? Период полураспада изотопа $T_{½}$ = 8 сут = $6{,}91 \cdot 10^5$ с.

Решение

Число нераспавшихся к моменту времени t_1 ядер можно найти по формуле закона радиоактивного распада

$$N_1 = N_0 e^{-\lambda t_1}. \qquad (1)$$

На основании формулы (1) число ядер, распавшихся к моменту времени t_1, равно

$$\Delta N = N_0 - N_1 = N_0 - N_0 e^{-\lambda t_1} = N_0 \left(1 - e^{-\lambda t_1}\right). \qquad (2)$$

Тогда из выражения (2) вероятность распада может быть найдена как

$$\frac{\Delta N}{N_0} = \frac{N_0 \left(1 - e^{-\lambda t_1}\right)}{N_0} = 1 - e^{-\lambda t_1}. \qquad (3)$$

Подставив значения постоянной распада в формулу (3), получим

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}.$$

Вероятность распада будет равна

$$\frac{\Delta N}{N_0} = 1 - \exp\left(\frac{-\ln 2}{6{,}91 \cdot 10^5}\right) = 1{,}00 \cdot 10^{-6}.$$

Домашние задания

Задача 11.2.1

Через τ лет в результате радиоактивного распада ядер Sr^{90} от первоначального количества осталось x процентов ядер. За это время распалось y процентов ядер. Постоянная радиоактивного распада равна λ. Период полураспада равен $T_{1/2}$. Определите неизвестную величину.

Шифр	τ, лет	x, %	y, %	λ, с$^{-1}$	$T_{1/2}$, лет
1	10	?	—	–	28,5
2	?	–	—	$7{,}71 \cdot 10^{-10}$	–
3	100	?	—	–	28,5
4	100	—	?	$7{,}71 \cdot 10^{-10}$	–
5	10	—	?	–	28,5

Задача 11.2.2

Через τ лет в результате радиоактивного распада ядер ${}_Z X^A$ от первоначального количества осталось x процентов ядер. За это время распалось y процентов ядер. Постоянная радиоактивного распада равна λ. Период полураспада равен $T_{1/2}$. Определите неизвестную величину.

Шифр	τ, лет	x, %	y, %	λ, с$^{-1}$	$T_{1/2}$, лет
1	?		—	–	7000
2	1	?	—	$4{,}15 \cdot 10^{-9}$	–
3	10^4	90	—	—	?
4	500	—	?	—	1620
5	2250	—	20	?	–

Задача 11.2.3

Через τ лет в результате радиоактивного распада ядер ${}_Z X^A$ от первоначального количества осталось x процентов ядер. За это время распалось y процентов ядер. Постоянная радиоактивного распада равна λ. Период полураспада равен $T_{1/2}$. Определите неизвестную величину.

Шифр	τ, лет	x, %	y, %	λ, с$^{-1}$	$T_{1/2}$, сут
1	5	?	–	$7{,}85 \cdot 10^{-10}$	–
2	5	–	?	—	10
3	?	10,0	–	—	28
4	93	–	90,0	—	?
5	—	—	—	?	10

11.3. Энергия связи и дефект массы ядра

Существование ядер определяется конкуренцией двух механизмов:
1) электрического взаимодействия протонов (отталкивания);
2) ядерного взаимодействия нуклонов (притяжения).

Энергия связи нуклонов в ядре

$$\Delta E_{\text{св}} = \Delta mc^2 = \left[Zm_p + (A - Z)m_n - m_{\text{я}} \right] c^2, \qquad (11.3.1)$$

где $\Delta E_{\text{св}}$ – это та энергия, которую необходимо сообщить ядру, чтобы его разделить на нуклоны (или та энергия, которая выделяется при образовании ядра из нуклонов);
Δm – дефект массы ядра;
m_p – масса протона;
m_n – масса нейтрона;
$m_{\text{я}}$ – масса ядра.

Примеры решения задач

Пример 11.3.1. Рассчитайте энергию связи ядра дейтерия $\Delta E^d_{\text{св}}$.

Решение

$$\Delta E^d_{\text{св}} = c^2 \left[m_p + m_n - \left(m^d_{\text{ат}} - m_e \right) \right] =$$

$$= 931{,}4 \left(\frac{\text{МэВ}}{\text{а.е.м.}} \right) \cdot 0{,}00240 (\text{а.е.м.}) = 2{,}24 \text{ Мэв.}$$

Пример 11.3.2. Определите удельную энергию связи ядра ${}_6C^{12}$: масса атома углерода A = 12,00000 а.е.м., масса протона m_p = 1,00728 а.е.м., масса нейтрона m_n = 1,00867 а.е.м., масса электрона m_e = 0,00055 а.е.м.

Решение

Удельная энергия связи равна $\dfrac{\Delta E}{A}$, где ΔE – энергия связи, а A – массовое число.

В свою очередь, энергия связи нуклонов в ядре

$$\Delta E = \Delta mc^2, \qquad (1)$$

где Δm – дефект массы, который можно найти по формуле

$$\Delta m = Zm_p + (A - \text{Z})m_n - m_{\text{я}}. \qquad (2)$$

Масса ядра вычисляется по формуле

$$m_{\text{я}} = m_{\text{ат}} - m_e, \qquad (3)$$

где $m_{\text{ат}}$ – масса нейтрального атома.

Таким образом, подставив формулы (3) и (2) в (1), получим

$$\Delta E = c^2[Zm_p + (A - Z)m_n - (m_я - Zm_e)]. \qquad (4)$$

С учетом формулы (4) удельная энергия связи будет равна

$$\frac{\Delta E}{A} = \frac{c^2\left[Zm_p + (A - Z)m_n - (m_{ат} - Zm_e)\right]}{A}.$$

Подставим числовые значения и выполним вычисления:

$$\frac{\Delta E}{A} = \frac{\left[6 \cdot 1,00728 + 6 \cdot 1,00867 - (12,00000 - 6 \cdot 0,00055)\right] \cdot 931,4}{12} =$$

$$= 7,68\,\frac{\text{МэВ}}{\text{нуклон}}.$$

11.4. Ядерные реакции

Общий вид ядерной реакции

$${}_{Z_1}A^{A_1} + {}_{Z_2}a^{A_2} \rightarrow {}_{Z_3}B^{A_3} + {}_{Z_4}b^{A_4}, \qquad (11.4.1)$$

где A и a – исходные ядра;
B и b – конечные ядра (продукты реакции);
$Z_1 + Z_2 = Z_3 + Z_4$ и $A_1 + A_2 = A_3 + A_4$ в соответствии с законами сохранения заряда и массового числа.

Экзотермическая реакция с выделением тепла Q наблюдается, если $m_A + m_a > m_B + m_b$:

$$Q = c^2(m_A + m_a - m_B - m_b), \qquad (11.4.2)$$

где масса ядра равна

$$m_я = Zm_p + (A - Z)m_n + Zm_e - \frac{\Delta E_{св}}{c^2}. \qquad (11.4.3)$$

Поэтому энергетический выход реакции можно выразить и так:

$$Q = \sum\left(\Delta E_{св}\right)_{\text{продуктов реакции}} - \sum\left(\Delta E_{св}\right)_{\text{исходных ядер}}. \qquad (11.4.4)$$

Примеры решения задач

Пример 11.4.1. ***Синтез легких ядер***

При взаимодействии двух ядер дейтерия образуется ядро гелия:

$${}_1d^2 + {}_1d^2 \to {}_2\mathrm{He}^4 + Q \text{ («реакция водородной бомбы»).}$$

В то время как энергия связи каждого ядра дейтерия $\Delta E_{\text{св}}^{d}$ составляет

$$[(1{,}12)\ \text{МэВ/нуклон}] \times 2 \text{ нуклона} = 2{,}24 \text{ МэВ},$$

энергия связи образовавшегося ядра гелия $\Delta E_{\text{св}}^{\mathrm{He}}$ равна 28,32 МэВ. Поэтому в результате реакции выделяется энергия, равная

$$Q = \Delta E_{\text{св}}^{\mathrm{He}} - 2\Delta E_{\text{св}}^{d} = 28{,}32 - (2 \cdot 1{,}12) \cdot 2 = 23{,}84 \text{ МэВ},$$

что соответствует расчету по формуле (11.4.4)

$$Q = c^2 (2m_{\text{ат}}^{d} - m_{\text{ат}}^{\mathrm{He}}) = 931{,}4\,(2m_{\text{ат}}^{d} - m_{\text{ат}}^{\mathrm{He}}),$$

где

$$\left(2m_{\text{ат}}^{d} - m_{\text{ат}}^{\mathrm{He}}\right) = \left(2 \cdot 2{,}01410 - 4{,}00260\right) = 0{,}02560 \text{ а.е.м.}$$

Тогда $Q = 23{,}84$ МэВ.

Пример 11.4.2. ***Деление тяжелых ядер***

Реакция деления ядра урана медленными (тепловыми) нейтронами:

$${}_{92}\mathrm{U}^{235} + {}_0n^1 \to {}_{57}\mathrm{La}^{144} + {}_{35}\mathrm{Br}^{89} + 3\,{}_0n^1 + Q.$$

В результате семи β^--распадов образуются стабильные ядра неодима и иттрия: ${}_{60}\mathrm{Nd}^{144}$ и ${}_{39}\mathrm{Y}^{89}$:

$${}_{57}\mathrm{La}^{144} \to {}_{58}\mathrm{Ce}^{144} \to {}_{59}\mathrm{Pr}^{144} \to {}_{60}\mathrm{Nd}^{144} \left(3\beta^- \text{-распада}\right),$$

$${}_{35}\mathrm{Br}^{89} \to {}_{36}\mathrm{Kr}^{89} \to {}_{37}\mathrm{Rb}^{89} \to {}_{38}\mathrm{Sr}^{89} \to {}_{39}\mathrm{Y}^{89} \left(4\beta^- \text{-распада}\right).$$

Энергия связи $\Delta E_{\text{св}}^{\mathrm{U}}$ ядра урана составляет

$$\left[(7{,}59)\,\text{МэВ/нуклон}\right] \times 235 \text{ нуклонов} = 1783{,}65 \text{ МэВ};$$

энергия связи $\Delta E_{\text{св}}^{\mathrm{Nd}}$ образовавшегося ядра неодима равна

$$\left[(8,32)\,\text{МэВ/нуклон}\right] \times 144\ \text{нуклона} = 1198,08\ \text{МэВ};$$

энергия связи $\Delta E_{\text{св}}^{\text{Y}}$ образовавшегося ядра иттрия равна

$$\left[(8,71)\,\text{МэВ/нуклон}\right] \times 89\ \text{нуклонов} = 775,19\ \text{МэВ}.$$

Поэтому в результате реакции деления одного ядра урана выделяется энергия, равная

$$Q = \Delta E_{\text{св}}^{\text{Nd}} + \Delta E_{\text{св}}^{\text{Y}} - \Delta E_{\text{св}}^{\text{U}} =$$
$$= 8,71 \cdot 89 + 8,32 \cdot 144 - 7,59 \cdot 235 =$$
$$= 775,19 + 1198,08 - 1783,65 = 189,62\ \text{МэВ}.$$

Эта энергия соответствует расчету по формуле (11.4.2):

$$Q = c^2[(m_{\text{ат}}^{\text{U}} + m_n) - (m_{\text{ат}}^{\text{Nd}} + m_{\text{ат}}^{\text{Y}} + 3m_n) - 7m_e] =$$
$$= 931,4 \cdot \left[(235,04393 + 1,00867) -\right.$$
$$\left. -(143,91325 + 88,90590 + 3 \cdot 1,00867) - 7 \cdot 0,00055\right] =$$
$$= 931,4 \cdot 0,20359 = 189,62\ \text{МэВ}.$$

Домашние задания

Задача 11.4.1

Для разделения ядра ${}_{10}\text{Ne}^{20}$ на две α-частицы и ядро С необходима энергия Q. Удельные энергии связи нуклонов в ядрах Ne, He и C равны соответственно ΔE_{Ne}; ΔE_{He} и ΔE_{C}. Массовые числа ядер углерода и гелия равны A_{C} и A_{He}. Заряды ядер углерода и гелия равны Z_{C} и Z_{He}. Определите неизвестную величину.

Шифр	Q, МэВ	A_{C}	A_{He}	Z_{He}	Z_{C}	ΔE_{Ne}, МэВ/нукл	ΔE_{He}, МэВ/нукл	ΔE_{C}, МэВ/нукл
1	11,90	?	4	–	–	8,03	7,07	7,68
2	?	12	4	–	–	8,03	7,07	7,68
3	–	–	–	?	6	–	–	–
4	11,90	12	?	–	–	8,03	7,07	7,68
5	–	–	–	2	?	–	–	–

Задача 11.4.2

Для разделения ядра ${}_8O^{16}$ на α-частицу и ядро C необходима энергия Q. Известно, что энергии связи ядер O^{16}, C и He равны соответственно ΔE_O, ΔE_C и ΔE_{He}. Массовые числа ядер углерода и гелия равны A_C и A_{He}. Заряды ядер углерода и гелия равны Z_C и Z_{He}. Определите неизвестную величину.

Шифр	Q, МэВ	A_C	A_{He}	Z_{He}	Z_C	ΔE_O, МэВ	ΔE_{He}, МэВ	ΔE_C, МэВ
1	7,16	–	–	–	–	127,62	?	92,16
2	?	–	–	–	–	127,62	28,30	92,16
3	–	?	–	?	6	–	–	–
4	–	12	?	–	–	–	–	–
5	–	–	–	2	?	–	–	–

Задача 11.4.3

При образовании двух α-частиц в результате бомбардировки ядер Li^6 ядрами ***тяжелого*** водорода выделяется энергия Q. *Удельные* энергии связи нуклонов в ядрах H, He и Li^6 равны соответственно ΔE_H, ΔE_{He} и ΔE_{Li}. Определите неизвестную величину.

Шифр	Q, МэВ	A_{He}	A_{Li}	A_H	ΔE_H, МэВ/нукл	ΔE_{He}, МэВ/нукл	ΔE_{Li}, МэВ/нукл
1	22,4	?	–	–	1,11	7,08	5,33
2	?	–	–	–	1,11	7,08	5,33
3	–	–	?	–	–	–	–
4	22,4	–	–	?	1,11	7,08	5,33
5	?	–	–	–	1,11	7,08	5,33

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ

Геометрическая и волновая оптика

1. Собирающая линза увеличивает изображение предмета в 4 раза. Если этот предмет передвинуть на 5 см, то изображение окажется в 2 раза больше предмета. Найдите фокусное расстояние линзы.

Ответ: $F = 0{,}2$ м.

2. Плоская световая волна длиной λ_0 в вакууме падает по нормали на прозрачную пластинку с показателем преломления n. При каких толщинах пластинки отраженная волна будет иметь максимальную интенсивность?

Ответ: $b = \dfrac{\lambda_0}{2n}\left(m + \dfrac{1}{2}\right)$, где $m = 1, 2, 3, \ldots$

3. Найдите радиус пятой зоны Френеля для плоской волны, если расстояние от источника света до волновой поверхности $a = 1$ м, расстояние от волновой поверхности до точки наблюдения равно $b = 1$ м. Длина волны света $\lambda = 500$ нм.

Ответ: $r_5 = 1{,}12$ мм.

4. В зрительную трубу рассматривается лунная поверхность. Диаметр объектива трубы $d = 4$ см. При каком минимальном расстоянии $a_{\min}$ между двумя кратерами их можно увидеть раздельно? Длина волны света $\lambda = 600$ нм.

Ответ: $a_{\min} = 55$ км.

5. Плоскополяризованный свет интенсивностью I_0 проходит последовательно через два совершенных поляризатора, плоскости которых образуют с плоскостью колебаний в исходном луче углы α_1 и α_2. Определите интенсивность света I по выходе из второго поляризатора.

Ответ: $I = I_0 \cos^2\alpha_1 \cdot \cos^2(\alpha_2 - \alpha_1)$.

Квантово-оптические явления

1. Поток энергии, излучаемой из смотрового окна плавильной печи, $\Phi = 34$ Вт. Определите температуру печи, если площадь отверстия $S = 6$ см^2.

Ответ: $T = 1000$ К.

2. Определите длину волны $\lambda_{\min}$, отвечающей коротковолновой границе рентгеновского спектра, для случая, когда к трубе приложено напряжение $U = 50$ кВ.

Ответ: $\lambda_{\min} = 25$ пм.

3. Определите угол рассеяния фотона, испытавшего соударение со свободным электроном, если изменение длины волны при рассеянии равно 0,0362 Å.

Ответ: $\theta = 120°$ (или 240°).

Элементы квантовой механики и атомной физики

1. Какую ускоряющую разность потенциалов должен пройти электрон, чтобы длина волны де Бройля была равна 1 Å?

Ответ: $U = 150$ В.

2. Потенциал ионизации атома водорода $\varphi_i = 13{,}6$ В. Исходя из этого, вычислите значение постоянной Ридберга R (в эВ).

Ответ: $R = 13{,}6$ эВ.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

Основная литература

1. *Савельев И.В.* Курс общей физики. В 5 т. Т. 4. Волны. Оптика: Учеб. пособие. СПб.: Лань, 2011. 256 с.

2. *Савельев И.В.* Курс общей физики. В 5 т. Т. 5. Квантовая оптика. Атомная физика. Физика твердого тела. Физика атомного ядра и элементарных частиц: Учеб. пособие. СПб.: Лань, 2011, 380 с.

3. *Волькенштейн В.С.* Сборник задач по общему курсу физики. СПб.: Спец. лит., 2005. 327 с.

Дополнительная литература

1. *Рахштадт Ю.А.* Физика. Ч. 4. Колебания и волны: Учеб. пособие. М.: Изд. Дом МИСиС. 2009. 180 с.

2. *Рахштадт Ю.А.* Физика. Ч. 5. Кванты. Строение и физические свойства вещества: Учеб. пособие. М.: Изд. Дом МИСиС. 2009. 160 с.

Приложение. ОСНОВНЫЕ ФИЗИЧЕСКИЕ ВЕЛИЧИНЫ И ЕДИНИЦЫ ИХ ИЗМЕРЕНИЯ

В науке и технике используются единицы измерения физических величин, образующие определенные системы. В основу совокупности единиц, устанавливаемой стандартом для обязательного применения, положены единицы Международной системы (СИ).

Международная система единиц (СИ) построена на 6 *основных* (метр, килограмм, секунда, кельвин, ампер, кандела) и 2 *дополнительных* единицах (радиан, стерадиан). В стандарте «Единицы физических величин» приведены также: остальные единицы системы СИ; единицы, допускаемые к применению наравне с единицами СИ (например: тонна, минута, час, градус Цельсия, градус, минута, секунда, литр, киловатт-час, оборот в секунду, оборот в минуту), и другие единицы, применяемые в теоретических разделах физики и астрономии (световой год, парсек, ангстрем, электрон-вольт, барн, рентген, кюри). Важнейшие из этих единиц и соотношения между ними приведены в табл. П1.

Сокращенные обозначения единиц, приведенные в таблицах, применяются только после числового значения величины или в заголовках граф таблиц. Нельзя применять сокращенные обозначения вместо полных наименований единиц в тексте (без числового значения величин). При использовании как русских, так и международных обозначений единиц используется прямой шрифт; сокращенные обозначения единиц, названия которых даны по именам ученых (Ньютон, Паскаль, Ватт и т.д) следует писать с прописной буквы (Н, Па, Вт); в обозначениях единиц точку как знак сокращения не применяют. Обозначения единиц, входящих в произведение, разделяются точками как знаками умножения; в качестве знака деления применяют обычно косую черту; если в знаменатель входит произведение единиц, то оно заключается в скобки.

Для образования кратных и дольных единиц используются десятичные приставки (табл. П2). Особенно рекомендуется применение приставок, представляющих собой степень числа 10 с показателем, кратным трем. Целесообразно использовать дольные и кратные единицы, образованные от единиц СИ и приводящие к числовым значениям, лежащим между 0,1 и 1000 (например, 17 000 Па следует записать как 17 кПа).

Для образования единиц массы приставку присоединяют к основному наименованию «грамм» (например, 10^{-6} кг = 10^{-3} г = 1 мг). Если сложное наименование исходной единицы представляет собой произведение или дробь, то приставку присоединяют к наименованию первой единицы (например, кН·м). В необходимых случаях допускается в знаменателе применять дольные единицы длины, площади и объема (например, В/см).

В табл. П3 приведены основные физические и астрономические постоянные.

Таблица П1

Единицы измерения физических величин в системе СИ и их соотношение с другими единицами

Наименование величин	Единицы измерения	Сокращенное обозначение	Размерность	Внесистемные единицы
1	2	3	4	5
Основные единицы				
Длина	метр	м		1 Å = 10^{-10} м 1 св. год = = $9{,}46 \cdot 10^{15}$ м
Масса	килограмм	кг		
Время	секунда	с		1 ч = 3600 с 1 мин = 60 с
Температура	кельвин	К		t, °С + 273 = T, К
Сила тока	ампер	А		
Сила света	кандела	кд		
Дополнительные единицы				
Плоский угол	радиан	рад		1° = π/180 рад 1′ = $\pi/108 \cdot 10^{-2}$ рад 1″ = $\pi/648 \cdot 10^{-3}$ рад
Телесный угол	стерадиан	ср		Полный телесный угол = 4π ср
Производные единицы				
Частота	герц	Гц	$с^{-1}$	
Угловая скорость	радиан в секунду	рад/с	$с^{-1}$	1 об/с = 2π рад/с 1 об/мин = = 0,105 рад/с
Объем	кубический метр	$м^3$	$м^3$	1 л = 10^{-3} $м^3$
Скорость	метр в секунду	м/с	$м \cdot с^{-1}$	1 км/ч = 0,278 м/с
Плотность	килограмм на кубический метр	$кг/м^3$	$кг \cdot м^{-3}$	
Сила	ньютон	Н	$кг \cdot м \cdot с^{-2}$	
Работа, энергия, количество тепла	джоуль	Дж (Н·м)	$кг \cdot м^2 \cdot с^{-2}$	1 эВ = $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Дж 1 кВт·ч = $3{,}6 \cdot 10^6$ Дж 1 эрг = $1 \cdot 10^{-7}$ Дж

Окончание табл. П1

1	2	3	4	5
Мощность	ватт	Вт (Дж/с)	кг·м^2·с$^{-3}$	1 л.с. = 735 Вт
Давление	паскаль	Па (Н/м^2)	кг·м$^{-1}$·с$^{-2}$	1 атм = 0,981·10^5 Па 1 мм рт. ст. = 133 Па 1 атм = 760 мм рт. ст. = = 1,013·10^5 Па
Момент силы	ньютон-метр	Н·м	кг·м^2·с$^{-2}$	
Момент инерции	килограмм-метр в квадрате	кг·м^2	кг·м^2	
Динамическая вязкость	паскаль-секунда	Па·с	кг·м$^{-1}$·с$^{-1}$	
Кинематическая вязкость	квадратный метр на секунду	м^2/с	м^2·с$^{-1}$	
Теплоемкость системы	джоуль на кельвин	Дж/К	кг·м^2·с$^{-2}$·К$^{-1}$	
Удельная теплоемкость	джоуль на килограмм-кельвин	Дж/(кг·К)	м^2·с$^{-2}$·К$^{-1}$	
Электрический заряд	кулон	Кл	А·с	
Потенциал, электрическое напряжение	вольт	В (Вт/А)	кг·м^2·с$^{-3}$·А$^{-1}$	
Напряженность электрического поля	вольт на метр	В/м	кг·м·с$^{-3}$·А$^{-1}$	
Электрическое смещение (электрическая индукция)	кулон на квадратный метр	Кл/м^2	м$^{-2}$·с·А	
Электрическое сопротивление	ом	Ом (В/А)	кг·м^2·с$^{-3}$·А$^{-2}$	
Электрическая емкость	фарад	Ф (Кл/В)	кг$^{-1}$·м^2·с^4·А^2	
Магнитный поток	вебер	Вб (В·с)	кг·м^2·с$^{-2}$·А$^{-1}$	
Магнитная индукция	тесла	Тл (Вб/м^2)	кг·с$^{-2}$·А$^{-1}$	
Напряженность магнитного поля	ампер на метр	А/м	м$^{-1}$·А	
Индуктивность	генри	Гн (Вб/А)	кг·м^2·с$^{-2}$·А$^{-2}$	
Световой поток	люмен	лм	кд	
Яркость	кандела на квадратный метр	кд/м^2	м$^{-2}$·кд	
Освещенность	люкс	лк	м$^{-2}$·кд	

Таблица П2

Приставки для образования наименований кратных и дольных единиц

Кратность	Приставка		Дольность	Приставка	
	Название	Обозначение		Название	Обозначение
10^{12}	тера	Т	10^{-1}	деци	д
10^{9}	гига	Г	10^{-2}	санти	с
10^{6}	мега	М	10^{-3}	милли	м
10^{3}	кило	к	10^{-6}	микро	мк
10^{2}	гекто	г	10^{-9}	нано	н
10^{1}	дека	да	10^{-12}	пико	п
			10^{-15}	фемто	ф
			10^{-18}	атто	а

Таблица П3

Основные физические и астрономические постоянные

Величина	Числовое значение
Гравитационная постоянная	$\gamma = 6{,}67\cdot10^{-11}$ кг$^{-1}\cdot$м$^{3}\cdot$с$^{-2}$
Ускорение свободного падения	$g = 9{,}81$ м$\cdot$с$^{-2}$
Радиус Земли	$R_З = 6{,}37\cdot10^{6}$ м
Масса Земли	$M_З = 5{,}98\cdot10^{24}$ кг
Радиус Солнца	$R_С = 6{,}95\cdot10^{8}$ м
Радиус земной орбиты	$R_о = 1{,}49\cdot10^{11}$ м
Постоянная Больцмана	$k = 1{,}38\cdot10^{-23}$ Дж$\cdot$К$^{-1}$
Число Авогадро	$N_A = 6{,}02\cdot10^{23}$ моль$^{-1}$
Универсальная газовая постоянная	$R = 8{,}31$ Дж$\cdot$моль$^{-1}\cdot$К$^{-1}$
Абсолютный нуль температур	0 К = –273,15 °С
Молярный объем идеального газа при нормальных условиях	$V_m = 22{,}4\cdot10^{-3}$ м$^{3}\cdot$моль$^{-1}$
Скорость света в вакууме	$c = 3\cdot10^{8}$ м$\cdot$с$^{-1}$
Электрическая постоянная	$\varepsilon_0 = 8{,}85\cdot10^{-12}$ Ф$\cdot$м$^{-1}$ = $1/4\pi\cdot9\cdot10^{9}$ Ф$\cdot$м$^{-1}$
Магнитная постоянная	$\mu_0 = 12{,}6\cdot10^{-7}$ Гн$\cdot$м$^{-1}$ = $4\pi\cdot10^{-7}$ Гн$\cdot$м$^{-1}$
Элементарный электрический заряд	$1\lvert e\rvert = 1{,}6\cdot10^{-19}$ Кл
Число Фарадея	$F = 9{,}65\cdot10^{4}$ Кл$\cdot$моль$^{-1}$
Масса покоя электрона	$m_e = 9{,}11\cdot10^{-31}$ кг
Масса покоя протона	$m_p = 1{,}67\cdot10^{-27}$ кг
Атомная единица массы	1 а.е.м. = $1{,}66\cdot10^{-27}$ кг
Постоянная Планка	$h = 6{,}62\cdot10^{-34}$ Дж$\cdot$с
Постоянная Стефана – Больцмана	$\sigma = 5{,}67\cdot10^{-8}$ Вт$\cdot$м$^{-2}\cdot$К$^{-4}$
Постоянная в законе смещения Вина	$b = 2{,}9\cdot10^{-3}$ К$\cdot$м
Постоянная Ридберга	$R = 13{,}6$ эВ
Магнетон Бора	$\mu_B = 9{,}27\cdot10^{-24}$ А$\cdot$м^{2}

Учебное издание

Капуткин Дмитрий Ефимович
Пташинский Виктор Васильевич
Рахштадт Юрий Александрович

ФИЗИКА

Оптика. Атомная и ядерная физика

Учебное пособие для практических занятий
Часть 3

Редактор *И.Е. Оратовская*

Компьютерная верстка *А.С. Анциферова*

Подписано в печать 10.02.14	Бумага офсетная	
Формат 60×90 $^1/_{16}$	Печать офсетная	Уч.-изд. л. 6,4
Рег. № 500	Тираж 500 экз.	Заказ 4128

Национальный исследовательский
технологический университет «МИСиС»,
119049, Москва, Ленинский пр-т, 4

Издательский Дом МИСиС,
119049, Москва, Ленинский пр-т, 4
Тел. (495) 638-45-22

Отпечатано в типографии Издательского Дома МИСиС
119049, Москва, Ленинский пр-т, 4
Тел. (499) 236-76-17, тел./факс (499) 236-76-35