

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
Национальный исследовательский технологический университет «МИСиС»

УТВЕРЖДАЮ



Проректор по образованию

А.А. Волков

«05» октября 2022 г.

Дополнительная общеобразовательная общеразвивающая программа

«Теория вероятностей и статистика»

НАПРАВЛЕННОСТЬ: ТЕХНИЧЕСКАЯ

Уровень: вводный

Возраст обучающихся 16 - 18 лет

Срок реализации: 20 академических часов

Разработчик:

В.К. Ушаков

Д.т.н., профессор кафедры математики

Москва, 2022

1. Пояснительная записка

Дополнительная общеобразовательная общеразвивающая программа «Теория вероятностей и статистика» (далее – Программа) является образовательной программой для школьников, обладающих фундаментальными знаниями школьного курса по вероятности и статистике, полученными слушателями в рамках проекта г. Москвы «Математическая вертикаль ПЛЮС». Описанная программа ориентирована на развитие навыков решения типовых вероятностных задач и задач повышенной сложности.

Актуальность программы непосредственно связана с относительно небольшим количеством времени, уделяемым данному разделу в школьном курсе математики, а также с формированием негативного отношения учеников к данному разделу математики. Программа позволит слушателям углубить и расширить свои знания при решении вероятностных задач, а также познакомиться с различными методами их решения.

Программа является дополнением к школьному курсу математики, развивающей знания и навыки в области предмета. С помощью решения типовых задач и задач повышенной сложности слушатели курса закрепят свои теоретические знания и практические умения. Прослушав данный курс, слушатели могут применить свои знания и навыки участвуя в математических олимпиадах, конкурсах и при поступлении в ВУЗы. Программа реализуется Федеральным государственным автономным образовательным учреждением высшего образования Национальным исследовательским технологическим университетом «МИСиС» (далее – НИТУ «МИСиС», Университет). Программа разработана и утверждена в соответствии с Уставом НИТУ «МИСиС», с целью формирования у школьников позитивного восприятия инженерных специальностей.

Программа имеет техническую направленность.

Уровень освоения – вводный. Программа предполагает расширить и углубить знания слушателя по теории вероятностей и статистике, развить навыки владения методами решения задач.

Новизна Программы состоит в применении и обзора широкого круга методов решения вероятностных задач.

Актуальность. Современный уровень математического образования предполагает свободное владение методами решения задач в области теории вероятностей и статистике.

Педагогическая целесообразность. Обучение данному курсу направлено на выработку способностей к логическому мышлению слушателя, усвоению различных методов решения вероятностных задач, практическое применение полученных навыков и знаний в области теории вероятностей и статистики, на развитие научно-технического способа мышления обучающимися.

Цель и задачи программы

Цель - формирование и развитие у обучающихся интеллектуальных и практических компетенций в области теории вероятностей и статистики, их дальнейшему практическому применению в проектной и научной деятельности..

Каждый обучающийся расширит знания в теории вероятностей и статистике, разберется в особенностях методов решения нестандартных задач с помощью обучающих задач.

Отличительная особенность Программы заключается в том, что она позволяет обучающимся в короткие сроки познакомиться с основными методами решения задач, которые развивают логическое мышление.

Возраст обучающихся: 16-18 лет.

Сроки реализации: 20 академических часов.

Наполняемость группы: 20-25 человек.

Формы и режим занятий

Режим занятий: 1-2 занятия в неделю; 1 занятие - 2 академических часа.

Формы организации деятельности: групповые, индивидуально-групповые.

Методы обучения: словесные, комбинированные, теоретические, практические.

Ожидаемые результаты и способы их определения

В результате освоения программы обучающиеся будут знать:

- основные элементы комбинаторики;
- понятие вероятности, условной вероятности, правила сложения и умножения вероятностей;
- основные понятия теории случайных величин и их распределения;
- элементы математической статистики;
- основные понятия связи случайных величин.

будут уметь:

- решать сюжетные задачи комбинаторики;
- решать вероятностные задачи с применением основных формул и правил сложения и умножения вероятностей;
- находить характеристики распределения случайных величин;
- производить оценку генеральной совокупности по выборке;
- определять зависимость случайных величин, их силу связи и вычислять параметры линейной регрессии.

2. Учебно-тематический план

п/п	Наименование разделов и тем	Аудиторные учебные занятия, учебные работы			Формы контроля
		Всего ауд. часов	Лекции	Практические занятия	
1	2	3	4	5	7
1	Раздел 1 Элементы комбинаторики				
1.1	Элементы комбинаторики	2	0,5	1,5	
1.2	Сюжетные задачи в комбинаторике	2	0	2	
2	Раздел 2 Случайные события				
2.1	Математическое описание случайных событий. Сложение и умножение вероятностей	2	0,5	1,5	
2.2	Условная вероятность и независимость событий	2	0	2	
2.3	Серии последовательных испытаний. Испытания Бернулли.	1	0	1	
3	Раздел 3 Дискретные случайные величины				
3.1	Случайные величины и распределения	2	0,5	2	
3.2	Распределение Пуассона	1	0	1	Контрольная работа №1
4	Раздел 4 Элементы математической статистики				
4.1	Генеральная совокупность и выборка.	2	0,5	1,5	
4.2	Оценки генеральной совокупности по выборке	2	0,5	1,5	
5	Раздел 5 Связь между случайными величинами				
5.1	Коэффициент корреляции и ковариации	2	0,5	1,5	Контрольная работа №2
5.2	Линейная регрессия	2		2	
	Итого	20	3	17	

3. Содержание образовательной программы

Раздел 1 Элементы комбинаторики

1.1. Элементы комбинаторики

Теория (0,5 а.ч.) Основные понятия комбинаторики.

Практика (1,5 а.ч.) Методы и технологии решения комбинаторных задач.

1.2 Сюжетные задачи в комбинаторике

Практика (2 а.ч.) Решение практических задач по теме.

Раздел 2 Случайные события

2.1 Математическое описание случайных событий. Сложение и умножение вероятностей

Теория (0,5 а.ч.) Основные понятия. Случайные эксперименты. Случайные события. Элементарные события. Вероятности событий в опытах с равновозможными исходами. Сложение и умножение вероятностей

Практика (1,5 а.ч.) Решение вероятностных задач по теме.

2.2 Условная вероятность и независимость событий

Теория (0,5 а.ч.) Основные понятия и формулы условной вероятности.

Практика (1,5 а.ч.) Решение вероятностных задач по теме.

2.3 Серии последовательных испытаний. Испытания Бернулли

Практика (1 а.ч.) Решение типовых и нестандартных задач на нахождение вероятностей успехов в серии независимых испытаний Бернулли

Раздел 3 Дискретные случайные величины

3.1 Случайные величины и распределения

Теория (0,5 а.ч.) Случайная величина и распределение вероятностей. Операции над случайными величинами. Геометрическое и биномиальное распределения. Математическое ожидание случайной величины. Совместное распределение двух случайных величин

Практика (1,5 а.ч.) Решение практических задач на нахождение характеристик распределения случайных величин.

3.2 Распределение Пуассона

Практика (1 а.ч.) Решение задач на последовательность независимых событий, приводящих к распределению Пуассона

Раздел 4 Элементы математической статистики

4.1 Генеральная совокупность и выборка

Теория (0,5 а.ч.) Генеральная совокупность и случайная выборка. Знакомство с выборочными характеристиками

Практика (1,5 а.ч.) Решение практических задач по теме.

4.2 Оценки генеральной совокупности по выборке

Теория (0,5 а.ч.) Оценка среднего генеральной совокупности по выборке. Оценка дисперсии генеральной совокупности по выборке. Оценивание вероятностей событий по выборке. Статистическая гипотеза

Практика (1,5 а.ч.) Нахождение оценок генеральной совокупности по выборке. Проверка простейших гипотез

Раздел 5 Связь между случайными величинами

5.1 Коэффициент корреляции и ковариации

Теория (0,5 а.ч.) Совместное наблюдение двух величин. Ковариация двух случайных величин. Коэффициент корреляции. Выборочный коэффициент корреляции. Линейная связь и причинно-следственная связь

Практика (1,5а.ч.) Решения задач на нахождение выборочного коэффициента корреляции. Коэффициент ковариации.

5.2 Линейная регрессия

Практика (2а.ч.) Вычисление параметров регрессии по выборкам из генеральной совокупности 2-х линейно-зависимых случайных величин. Построение уравнения линейной регрессии.

4. Формы аттестации и контроля

Виды контроля

В образовательном процессе используются следующие методы контроля усвоения учащимися учебного материала:

Текущий контроль. Проводится с целью непрерывного отслеживания уровня усвоения материала и стимулирования учащихся не отвлекаться. Для реализации текущего контроля в процессе теоретического материала педагог обращается к учащимся с вопросами и дает короткие задания, в процессе практических занятий решают задачи по теме.

5. Организационно-педагогические условия реализации программы

Методическое обеспечение программы

Методы обучения, используемые в программе: словесные (устное объяснение материала), наглядные (презентация), практические, аналитические.

С целью стимулирования творческой активности учащихся будут использованы:

- игровые методики;
- метод опроса;
- коллективное обсуждение методов решения задачи.

Виды дидактических материалов

Для обеспечения наглядности и доступности изучаемого материала будут использоваться:

- наглядные пособия в виде слайдов или раздаточного материала
- занятия будут проходить в форме лекций с демонстрацией преподавателем теоретического материала по теме, а также в форме самостоятельных практических занятий, на которых обучающиеся смогут обсуждать подходы к решению нестандартных задач и успешно их решать.

Организационно-педагогические ресурсы программы

Материально-техническое обеспечение учебной программы

Оборудование:

Наименование	На группу, ед.	Примечание
Электронная доска	одна	
Компьютер	один	
Экран	один	Для проектора

Кадровое обеспечение программы

Реализатор программы:

Ушаков Владимир Кимович, доктор технических наук, профессор кафедры математики.

6. Список литературы

Основная литература:

1. Бирюкова, Л.Г. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебное пособие / Л.Г. Бирюкова, Г.И. Бобрик, В.И. Матвеев. - М.: Инфра-М, 2019. - 160 с.
2. Высоцкий И.Р., Макаров А.А., Тюрин Ю.Н., Яценко И.В.; под редакцией Яценко И.В.. Теория вероятностей и статистика. 7-9 классы. – Москва: Просвещение, 2020 г.
3. Высоцкий, И.Р. Теория вероятностей. Задачи и контрольные работы. 10 класс / И.Р. Высоцкий. - М.: МЦНМО, 2019. - 101 с.
4. Гливенко В.И. Теория вероятностей: Учебник для высших педагогических учебных заведений/В.И. Гливенко. - М.:Ленанд, 2019. - 138 с.

Дополнительная литература:

1. Мордкович А.Г. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс. Учебник для общеобразовательных организаций (базовый и углубленный уровни). В 2 ч. Ч. 1 / А.Г. Мордкович, П.В. Семенов. –М. : Мнемозина, 2017.
2. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс. Учебник для общеобразовательных организаций (базовый и углубленный уровни). В 2 ч. Ч. 2 / [А.Г. Мордкович и др.] –М.: Мнемозина, 2017.
3. Мордкович А.Г. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс. Учебник для общеобразовательных организаций (базовый и углубленный уровни). В 2 ч. Ч. 1 / А.Г. Мордкович, П.В. Семенов. –М. : Мнемозина, 2017.

4. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс. Учебник для общеобразовательных организаций (базовый и углубленный уровни). В 2 ч. Ч. 2 / [А.Г. Мордкович и др.] – М.: Мнемозина, 2017.

5. Тюрин Ю.Н., Макаров А.А., Высоцкий И .Р., Яценко И. В. Теория вероятностей и статистика. - Москва: МЦНМО, 2014 г.

6. Тюрин Ю.Н., Макаров А.А., Высоцкий И .Р., Яценко И. В. Теория вероятностей и статистика. - Москва: МЦНМО, 2008 г.

Приложение. Контрольно-измерительные материалы

Примеры типовых задач, решаемых на практических занятиях.

1. Найти вероятность такого события: угадать ровно 4 числа в спортлото 5 из 36.

2. В первой урне находятся 2 белых и 3 черных шара. Во второй - 4 белых и 2 черных. Из каждой урны взяли по одному шару и положили в третью урну. Из третьей урны взяли 1 шар. Найти вероятность, что шар, взятый из третьей урны, окажется белым.

3. У стрелка имеется 3 патрона. Вероятность попадания по мишени при одном выстреле равна 0,6. Стрельба ведется до первого попадания. Случайная величина X - число израсходованных патронов. Найти закон распределения случайной величины X , математическое ожидание и дисперсию этой случайной величины.

4. Плотность вероятности распределения случайной величины имеет вид:

$$f(x) = \frac{1}{5\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-2)^2}{50}}$$

Найти вероятность того, что из 3 независимых случайных величин, распределенных по данному закону, 2 окажутся на интервале $(-\infty; 5)$.

5. Плотность вероятности распределения случайной величины X имеет вид:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & -\infty < x < 1 \\ ax^{-5} & 1 < x < \infty \end{cases}$$

Найти:

а) значение параметра a ;

б) математическое ожидание случайной величины X ;

в) дисперсию случайной величины X ;

г) вероятности: $P[0 < X < 2]$, $P[2 < X < 4]$.

6. С целью анализа взаимного влияния зарплаты и текучести рабочей силы на пяти однотипных фирмах с одинаковым числом работников проведены измерения уровня месячной зарплаты в тыс. рублях (X) и числа уволившихся за год рабочих (Y).

X	10	15	20	25	30
Y	60	35	20	20	15

На основе указанных данных требуется:

а) определить зависимость этих случайных величин (выборочный коэффициент корреляции),

б) составить уравнение линейной регрессии этой зависимости (определение параметров линейной регрессии).