

**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
Университет науки и технологий МИСИС**



**УТВЕРЖДАЮ**

И.о. проректора по образованию

Ю.И. Рижко

2024 г.

*10 октября*

**Дополнительная общеобразовательная общеразвивающая  
программа**

**«Числовые последовательности»**

**НАПРАВЛЕННОСТЬ: ТЕХНИЧЕСКАЯ**

Уровень: вводный

Возраст обучающихся 14 - 17 лет

Срок реализации: 20 академических часов

Составитель (разработчик):

Е.А. Акимова

к.ф.-м. н, доцент кафедры математики  
НИТУ МИСИС

Москва  
2024

## 1. Пояснительная записка

Дополнительная общеобразовательная (общеразвивающая) программа «Числовые последовательности» (далее – Программа) является образовательной программой для школьников, обладающих фундаментальными знаниями школьного курса по алгебре и знаниями, полученными слушателями в рамках проекта УМО г. Москвы «Математическая вертикаль». Описанная программа ориентирована на развитие навыков решения нестандартных задач и задач повышенной сложности в области исследования числовых последовательностей.

Актуальность программы непосредственно связана с относительно небольшим количеством времени, уделяемым данному разделу в школьном курсе математики. Программа позволит слушателям повысить интерес к изучаемому предмету, углубить и расширить свои знания в области исследования числовых последовательностей, а также познакомиться с различными методами решения нестандартных задач по данному разделу.

Программа является дополнением к школьному курсу математики, развивающей знания и навыки в области предмета. С помощью решения нестандартных задач в области исследования числовых последовательностей слушатели курса закрепят свои теоретические знания и практические умения. Прослушав данный курс, слушатели смогут применить свои знания и навыки, участвуя в математических олимпиадах, конкурсах и при поступлении в ВУЗы. Программа реализуется Федеральным государственным автономным образовательным учреждением высшего образования «Национальный исследовательский технологический университет «МИСИС» (далее – НИТУ МИСИС, Университет, МИСИС). Программа разработана и утверждена в соответствии с Уставом НИТУ МИСИС с целью формирования у школьников позитивного восприятия инженерных специальностей.

Программа имеет **техническую направленность**.

**Уровень освоения** – вводный. Программа предполагает расширить и углубить знания слушателя по алгебре, развить навыки владения методами решения задач на числовые последовательности.

**Новизна Программы** состоит в применении некоторых нестандартных методов решения задач повышенной сложности на числовые последовательности.

**Актуальность.** Современный уровень математического образования предполагает свободное владение методами решения задач на числовые

последовательности. Содержание данного курса ориентировано на пробуждение интереса учащихся к решению задач, рассмотрение различных способов их решения.

**Педагогическая целесообразность.** Обучение данному курсу направлено на выработку способностей к логическому мышлению слушателя, практическое применение полученных навыков и знаний в области числовых последовательностей, на развитие научно-технического способа мышления обучающимися.

### **Цель и задачи программы**

**Цель** - формирование и развитие у обучающихся интеллектуальных и практических компетенций в области числовых последовательностей, их дальнейшему практическому применению в проектной и научной деятельности.

Развитие интереса у обучающегося к решению задач на числовые последовательности, формирование навыков четкого понимания последовательности действий и их логических взаимосвязей.

Среди задач, решаемых, при реализации Программы, следует выделить обучающие и развивающие задачи.

Каждый обучающийся расширит знания в числовых последовательностях, разберется в особенностях методов решения нестандартных задач с помощью обучающих задач.

При этом предполагается практическое применение знаний при решении нестандартных задач с помощью развивающих задач.

**Отличительная особенность** Программы заключается в том, что она позволяет обучающимся в короткие сроки познакомиться с задачами, которые развивают логическое мышление.

**Возраст обучающихся:** 14-17 лет.

**Сроки реализации:** 20 академических часов.

**Наполняемость группы:** 20-25 человек.

### **Формы и режим занятий**

**Режим занятий:** 1-2 занятия в неделю; 1 занятие - 2 академических часа.

**Формы организации деятельности:** групповые, индивидуально-групповые.

**Методы обучения:** словесные, комбинированные, теоретические, практические.

## 2. Учебно-тематический план

№ п/п	Раздел / Тема	Количество часов			Форма аттестации/контроля
		Всего	Теория	Практические занятия	
1	<b>Блок 1. Понятие числовой последовательности</b>	<b>4</b>	<b>0,5</b>	<b>3,5</b>	Текущий
1.1	Определение числовой последовательности. Примеры. Способы задания. Рекуррентные соотношения	1	0,5	0,5	
1.2	Методы решения задач с параметром дробно-рациональных систем и неравенств	2		2	
1.3	Числовые последовательности в задачах по информатике	1		1	
2	<b>Блок 2. Свойства последовательностей</b>	<b>4</b>	<b>1</b>	<b>3</b>	Текущий
2.1	Монотонные последовательности, ограниченные последовательности, периодические последовательности	2	0,5	1,5	
2.2	Метод математической индукции	2	0,5	1,5	
3	<b>Блок 3. Специальные случаи</b>	<b>2</b>	<b>0,5</b>	<b>1,5</b>	Текущий
3.1	Треугольник Паскаля и коэффициенты бинома Ньютона. Понятие факториала. Свойства факториала. Разложение на множители разности n-ых степеней	2	0,5	1,5	
4	<b>Блок 4. Предел последовательности в геометрических задачах</b>	<b>6</b>	<b>0,5</b>	<b>5,5</b>	Текущий
4.1	Понятие предела последовательности	2	0,5	1,5	
4.2	Длина окружности	2		2	
4.3	Площадь круга	2		2	
5.	<b>Блок 5. Замечательные пределы</b>	<b>4</b>	<b>0,5</b>	<b>3,5</b>	Текущий
5.1	Первый и второй замечательные пределы	2	0,5	1,5	
5.2	Число Эйлера в экономической задаче о непрерывном начислении процентов	2		2	
<b>Всего</b>		<b>20</b>	<b>3</b>	<b>17</b>	

### 3. Содержание образовательной программы

#### **Блок 1. Понятие числовой последовательности (4 а.ч.)**

1.1. Определение числовой последовательности. Примеры. Способы задания. Рекуррентные соотношения.

*Теория (0,5а.ч.)* Числовые последовательности. Способы задания. Рекуррентные соотношения.

*Практическое занятие (0,5 а.ч.)* Решение практических задач по теме

1.2. Методы решения задач с параметром дробно-рациональных систем и неравенств

*Практическое занятие (2 а.ч.)* Методы решения задач с параметром дробно-рациональных систем и неравенств. Решение задач по теме

1.3. Числовые последовательности в задачах по информатике

*Практическое занятие (1 а.ч.)* Решение практических задач по теме

#### **Блок 2. Свойства последовательностей (4 а.ч.)**

2.1. Монотонные последовательности, ограниченные последовательности, периодические последовательности

*Теория (0,5а.ч.)* Монотонные последовательности, ограниченные последовательности, периодические последовательности

*Практическое занятие (1,5 а.ч.)* Решение практических задач по теме

2.2. Метод математической индукции

*Теория (0,5а.ч.)* Математическая индукция. Метод математической индукции

*Практическое занятие (1,5 а.ч.)* Решение практических задач по теме

#### **Блок 3. Специальные случаи (3 а.ч.)**

3.1. Треугольник Паскаля и коэффициенты бинома Ньютона. Понятие факториала. Свойства факториала. Разложение на множители разности n-ных степеней

*Теория (0,5а.ч.)* Треугольник Паскаля и коэффициенты бинома Ньютона. Факториал и его свойства. Разложение на множители разности n-ных степеней

*Практическое занятие (1,5 а.ч.)* Решение практических задач по теме

#### **Блок 4. Предел последовательности в геометрических задачах (6 а.ч.)**

4.1. Понятие предела последовательности

*Теория (0,5 а.ч.)* Понятие предела. Предел последовательности  
*Практическое занятие (1,5 а.ч.)* Решение практических задач по теме

4.2. Длина окружности

*Практическое занятие (2 а.ч.)* Решение практических задач по теме

4.3. Площадь круга

*Практическое занятие (2 а.ч.)* Решение практических задач по теме

### **Блок 5. Замечательные пределы (4 а.ч.)**

5.1. Первый и второй замечательные пределы

*Теория (0,5 а.ч.)* Замечательные пределы. Первый и второй замечательные пределы

*Практическое занятие (1,5 а.ч.)* Решение практических задач по теме

5.2. Число Эйлера в экономической задаче о непрерывном начислении процентов

*Практическое занятие (2 а.ч.)* Число Эйлера в экономической задаче о непрерывном начислении процентов. Решение практических задач по теме

## **4. Формы аттестации и контроля**

**Виды контроля.** В образовательном процессе используются следующие методы контроля усвоения учащимися учебного материала:

**Текущий контроль.** Проводится с целью непрерывного отслеживания уровня усвоения материала и стимулирования учащихся не отвлекаться. Для реализации текущего контроля в процессе теоретического материала педагог обращается к учащимся с вопросами и дает короткие задания, в процессе практических занятий по итогам каждой темы обучающийся выполняет самостоятельную домашнюю работу.

## **5. Организационно-педагогические условия реализации программы**

### **Методическое обеспечение программы**

Методы обучения, используемые в программе: словесные (устное объяснение материала), наглядные (презентация), практические, аналитические.

С целью стимулирования творческой активности учащихся будут использованы:

- игровые методики;
- метод опроса;
- коллективное обсуждение методов решения задачи.

### **Виды дидактических материалов**

Для обеспечения наглядности и доступности изучаемого материала будут использоваться:

- наглядные пособия в виде слайдов или раздаточного материала
- занятия будут проходить в форме лекций с демонстрацией преподавателем теоретического материала по теме, а также в форме самостоятельных практических занятий, на которых обучающиеся смогут обсуждать подходы к решению нестандартных задач и успешно их решать.

### **Организационно-педагогические ресурсы программы**

#### **Материально-техническое обеспечение учебной программы**

Оборудование:

<b>Наименование</b>	<b>На группу, ед.</b>	<b>Примечание</b>
Электронная доска	одна	
Компьютер	один	
Экран	один	Для проектора

#### **Кадровое обеспечение программы**

Реализатор программы:

Акимова Елена Анатольевна, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математики НИТУ МИСИС.

### **6. Список литературы**

1. Волчкевич М.А., Ивлев Ф.А., Яценко И.В. Универсальный многоуровневый сборник задач. 7-9 классы. Учеб. пособие для общеобразоват. организаций. В 3 ч. Ч. 1. Алгебра. — М.: Просвещение, 2020.
2. Алексеев В., Бородин П., Галкин В., Панферов В., Сергеев И., Тарасов В. Разные стандартные и нестандартные задачи // Математика, 2002. \_ №36. - С. 24-27.