

Лабораторная работа № 1-16

Опытная проверка уравнения состояния идеального газа**Цель работы**

Экспериментально исследовать законы газового состояния: законы Бойля-Мариотта, Гей-Люссака и Шарля; определить универсальную газовую постоянную.

Теоретическое введение

Идеальным называется газ, размерами молекул которого можно пренебречь по сравнению с объемом сосуда, в котором он находится. Между молекулами идеального газа не существует сил притяжения, а отталкивание при соударениях происходит по закону упругого удара. Молекулы газа находятся в постоянном хаотическом движении, усиливающимся с повышением температуры. От температуры зависит также скорость теплового движения и длина свободного пробега (расстояние между двумя последовательными соударениями).

Идеальный газ можно рассматривать как термодинамическую систему, характеризующуюся следующими параметрами: P - давление (в Па), V – объем (в м³), T – температура (в К), молярная масса μ , ν - число молей ($\nu = \frac{m}{\mu}$). Уравнение, выражающее связь между параметрами, называют *уравнением состояния идеального газа*.

Изучая свойства идеального газа ученые установили из опыта три известных закона.

Закон Бойля-Мариотта. При постоянной температуре и массе газа произведение давления на объем газа есть величина постоянная:

$$PV = const. \quad (1)$$

Процесс, протекающий при постоянной температуре, называется *изотермическим*.

Закон Гей-Люссака. Для изобарического процесса ($P = const$) объем данной массы газа линейно зависит от температуры, т.е.

$$V = V_0(1 + \alpha t), \quad (2)$$

где V – объем, V_0 - объем при $t = 0$ °С, α – коэффициент теплового расширения, t - температура в градусах Цельсия.

Экспериментально было определено, что $\alpha = 1/273,16$, в связи с чем целесообразно ввести новую температурную шкалу в градусах Кельвина (рис. 1).

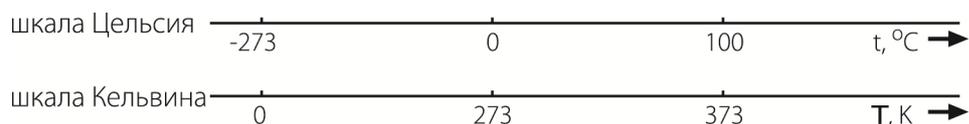


Рис.1. Температурные шкалы Цельсия и Кельвина.

Закон Шарля. Для изохорического процесса ($V = \text{const}$) давление данной массы газа линейно зависит от температуры, т.е.

$$P = P_0(1 + \alpha t), \quad (3)$$

где P – давление газа, P_0 – давление при $t = 0$ °С, α – коэффициент теплового расширения $\alpha = 1/273,16$, t – температура в градусах Цельсия.

Рассмотрев законы изопроцессов идеального газа, выведем закон основного состояния идеального газа, связывающий все параметры этой термодинамической системы. Для этого рассмотрим некоторые переходы одного моля газа из одного состояния идеального газа в другие. Пусть идеальный газ в начальном состоянии находится в точке C_1 на изотерме при некоторой температуре t_1 , под давлением P_1 и в объеме V_1 (см. рис. 2).

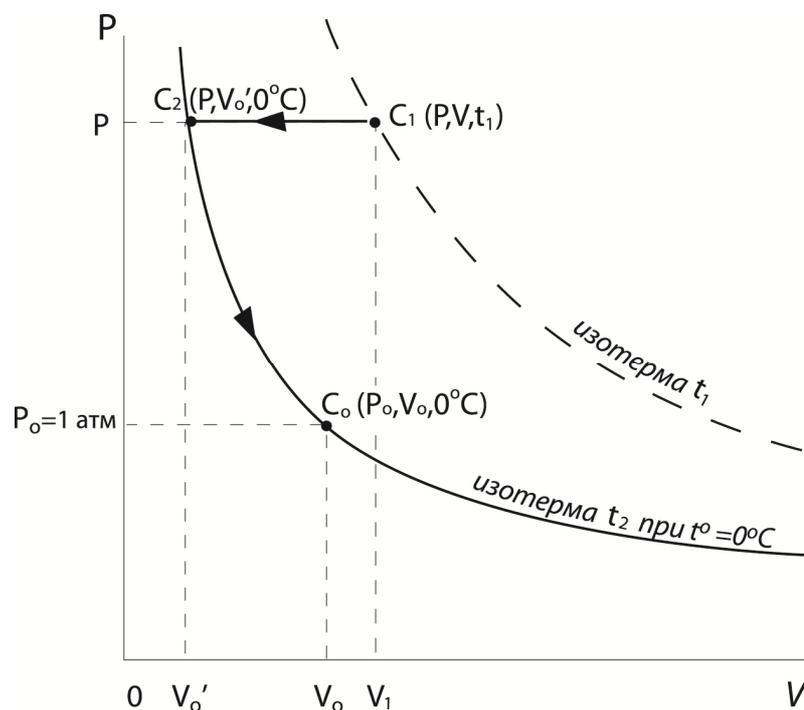


Рис.2. К выводу основного уравнения состояния идеального газа

Понижая температуру до $t_2 = 0$ °С, при постоянном давлении переходим (на изотерму 0°С (состояние C_2)). При этом объем газа станет равным V_0' . Затем при 0°С изотермически понизим давление до 1 атмосферы. При этом моль газа займет объем V_0 и

попадет в состояние C_0 (см. рис. 2). Рассмотрим законы, соответствующие этим переходам.

Переход $C_1 \rightarrow C_2$ изобарический. Запишем закон Гей-Люссака:

$$V_1 = V'_o(1 + \alpha t_1) = (V'_o/273,16)(t_1 + 273,16) = V'_o T_1 / 273,16 \quad (4)$$

Переход $C_2 \rightarrow C_0$ изотермический. Используем закон Бойля-Мариотта:

$$P V'_o = P_o V_o \quad (5)$$

Умножим (4) на (5) почленно и сократим на V'_o , получим равенство:

$$\begin{aligned} V_1 P_1 V'_o &= P_o V_o V'_o T_1 / 273,16 \\ P_1 V_1 / T_1 &= P_o V_o / 273,16, \end{aligned} \quad (6)$$

где $P_o V_o / 273,16 = R$ универсальная газовая постоянная, P_o, V_o - параметры при нормальных условиях. Тогда для 1 моля газа (6) запишется как равенство:

$$PV = RT \quad (7)$$

В общем виде справедливо равенство (для любого количества вещества):

$$PV = m/\mu RT \quad (8)$$

Это основной закон состояния массы m идеального газа с молярной массой μ и числом молей $\nu = m/\mu$. Универсальная газовая постоянная равна:

$$R = 8,31 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К}) = 2 \text{ кал}/(\text{моль} \cdot \text{К})$$

Следует отметить, что уравнение состояния идеального газа принадлежит к числу важнейших характеристик макроскопических свойств термодинамической системы. При термодинамическом равновесии изменения параметров системы связаны определенным соотношением. Рассмотрим это. С этой целью представим объем V в виде двух функций остальных двух переменных P и T , т.е. $V = V(P, T)$. Если $T = \text{const}$, а давление изменяется на бесконечно малую величину dP , то объем получит также бесконечно малое приращение, определяемое выражением:

$$dV = \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_T dP \quad (9)$$

Значок T у производной означает, что $T = \text{const}$. Производные же, получаемые дифференцированием какой-либо функции двух (или нескольких) аргументов по одному из них в предположении, что все остальные аргументы остаются постоянными, называются частными производными.

Объем газа V меняется и при изменении температуры при $P = \text{const}$. Тогда бесконечно малое приращение d_2V при изменении температуры dT выразится формулой:

$$d_2V = \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P dT \quad (10)$$

Если, наконец, изменятся и давление, и температура, то приращение объема будет равно сумме:

$$dV = \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T dP + \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P dT \quad (11)$$

Ввиду того, что давление и температура связаны основным уравнением идеального газа, то dP и dT не являются независимыми. При изохорическом процессе $dV = 0$, тогда (11) выражается формулой:

$$\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T dP + \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P dT = 0 \quad (12)$$

Если разрешить это уравнение относительно dP/dT , то полученная величина даст частную производную $\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V$ потому, что dP и dT означают приращение давления и температуры при постоянно объеме (рассматриваем изохорический процесс). Таким образом, из (12) получим формулу:

$$\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V = - \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P / \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T \quad (13)$$

Ввиду очевидного соотношения: $\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T = 1 / \left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T$ из (13) получим формулу:

$$\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V = - \left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P \quad \text{или} \quad \left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_V = -1 \quad (14)$$

Полученные формулы позволяют установить связь между коэффициентом теплового расширения α , термическим коэффициентом давления β и модулем всестороннего сжатия χ для идеального газа.

Коэффициентом теплового расширения α называется отношение приращения объема газа при нагревании на 1°C к его объему при 0°C при условии $P = const$, т.е.

$$\alpha = \frac{V_{T+1} - V_T}{V_0} \quad (P = const)$$

$$\text{или точнее} \quad \alpha = \frac{1}{V_0} \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P \quad (15)$$

Термическим коэффициентом давления β называется отношение увеличения давления газа при нагревании его на 1°C к давлению P_0 при 0°C при условии $V = const$ (изохорический процесс):

$$\beta = \frac{1}{P_0} \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V \quad (16)$$

Модулем (точнее изотермическим модулем) всестороннего сжатия χ называется отношение бесконечно малого приращения давления к вызванному им относительному сжатию объема газа при постоянной температуре:

$$\chi = \frac{\partial P}{\left(-\frac{\partial V}{V}\right)_T} = -V \left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T \quad (17)$$

Ввиду тождества (14) между α , β и χ существует, подтвержденное опытом, соотношение:

$$\frac{V_0}{P_0 V} \frac{\alpha \chi}{\beta} = 1 \quad (18)$$

Описание экспериментальной установки

Общий вид установки показан на рис. 3. В состав установки входит высокая стойка 1 с укрепленной вдоль нее линейкой. К стойке прикреплены две стеклянные трубки 2 (правая открыта, верхний конец левой – запаян), соединенные в нижней части шлангом 3 с манжетами, обеспечивающими надежное соединение.

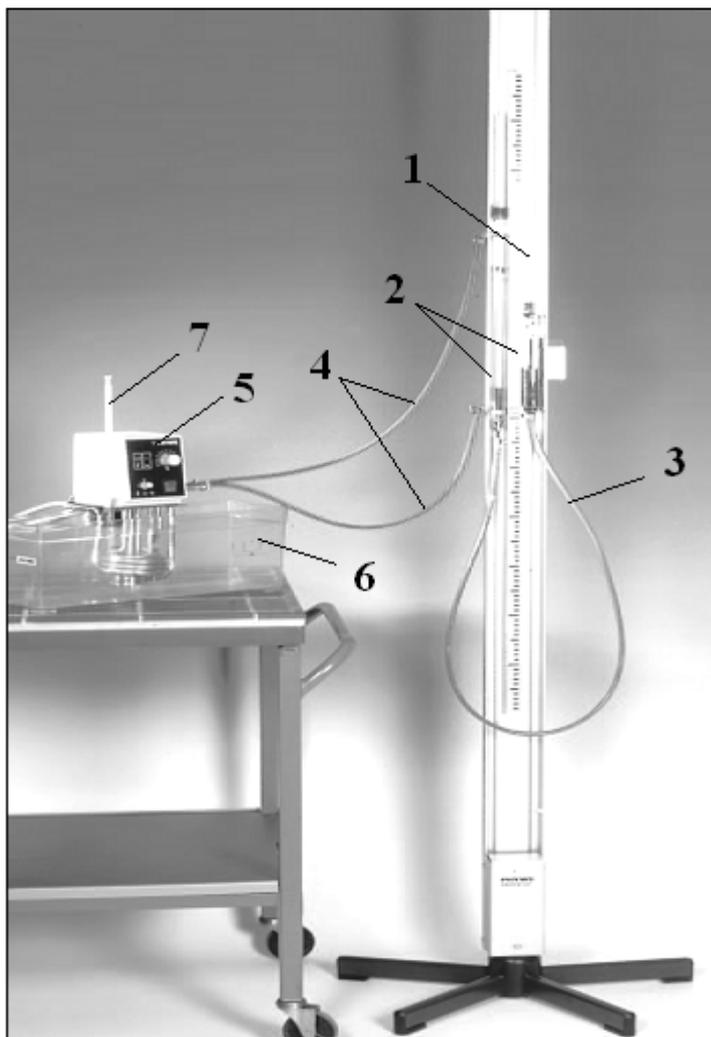


Рис. 3. Общий вид установки

Левая – измерительная - трубка находится в водяной бане, которая с помощью отдельных шлангов с манжетами 4 соединена с выходом насоса 5, расположенного в блоке термостата 6. Установка на четверть измерительной трубки (левой) заполнена водой. Уровни воды в левой и правой – подвижной – трубке выравниваются при перемещении правой трубки вверх или вниз. Слева на рис.3 показан термостат 6 с термометром 7, погруженным в ванну с дистиллированной водой. Охлаждающий змеевик термостата соединен с проточной водой.

Перед началом измерений необходимо заполнить таблицу технических данных всех приборов.

Таблица 1. Технические данные приборов

№	Название прибора	Пределы измерений	Число делений шкалы	Цена деления	Класс точности	Абсолютная приборная погрешность
1						
2						
3						
...						

Порядок выполнения работы

При выполнении работы необходимо строго выполнять требования техники безопасности и охраны труда, установленные на рабочем месте студента в лаборатории.

В данной работе объем воздуха V определяется по длине l столба воздуха в измерительной (левой) трубке и рассчитывается по формуле:

$$V = V_l + V_0 = \pi \left(\frac{d}{2} \right)^2 l + V_0 = \pi \left(\frac{11,4}{2} \right)^2 \text{мм}^2 l + 1,01 \text{ мл} \quad (19)$$

где V_0 – объем воды, находящийся в измерительной трубке, первоначально равный 1,01 мл; d – диаметр измерительной трубки; l – высота столба воздуха в измерительной трубке. Давление определяется по разнице Δh уровней воды в измерительной (левой) и правой трубках. Величина Δh измеряется по той же линейке, что и l . Если известно атмосферное давление (измеряется отдельно цифровым барометром электронной метеостанции), то давление находим по формуле:

$$P = P_a + \Delta P = P_a + \Delta h \cdot 0,0098 \text{ (кПа} \cdot \text{мм}^{-1}), \quad (20)$$

где P_a – атмосферное давление; Δh разность уровней воды в левой и правой трубках.

Опыт 1. Проверка закона Бойля-Мариотта.

Для установления связи между объемом газа и его давлением были проведены контрольные измерения при постоянной массе газа и температуре:

$$\nu = m/\mu = V/V_{\text{моля}}; \nu = 0,9536 \cdot 10^{-3} \text{ моля};$$

$$T = 298,15 \text{ К}; \text{ атмосферное давление } P_a = 100,3 \text{ кПа}.$$

Экспериментальные данные контрольных измерений, выполненных с ртутным манометром, приведены в таблице 2. График зависимости объема от давления приведен на рисунках 4 (V от P) и 5 (V от $1/P$).

Таблица 2. Объем и давление газа при постоянной температуре

Высота воздушного столба l , мм	Разность высот ртутного столба, мм	Объем, мл	Давление, кПа
221	0	23,57	100,3
215	25	22,96	103,63
203	64	21,73	108,83
193	103	20,71	114,03
185	145	19,89	119,63
175	185	18,87	124,96
167	227	18,06	130,56
160	270	17,34	136,29
153	313	16,63	142,02
147	357	16,01	147,89
141	400	15,40	153,62
135	445	14,79	159,62
129	499	14,18	166,82
125	535	13,77	171,62

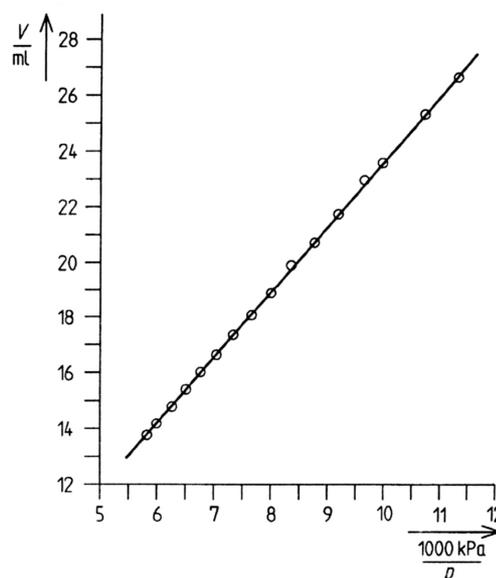
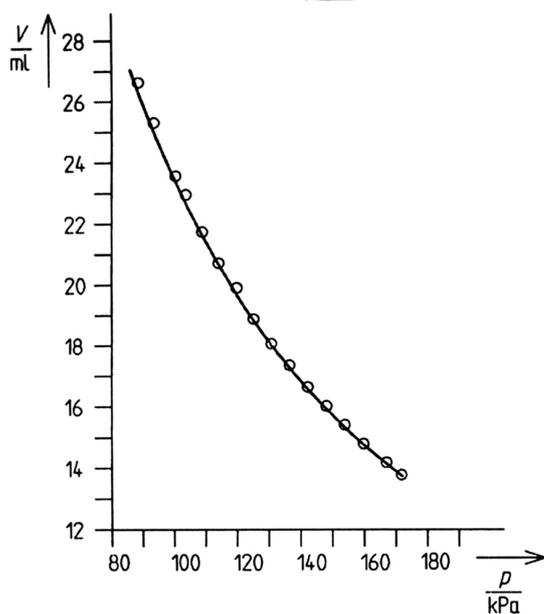


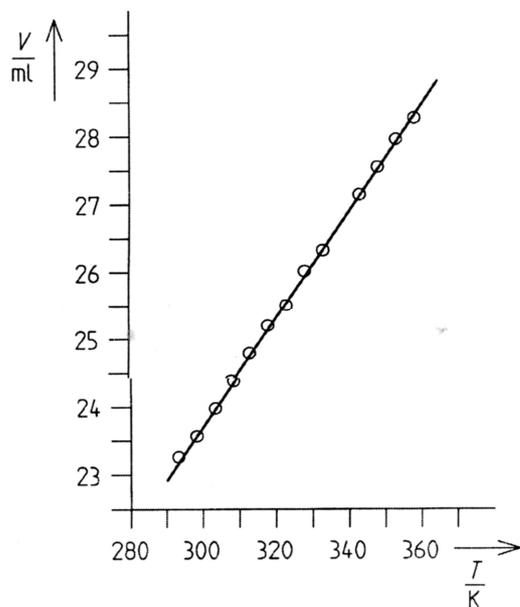
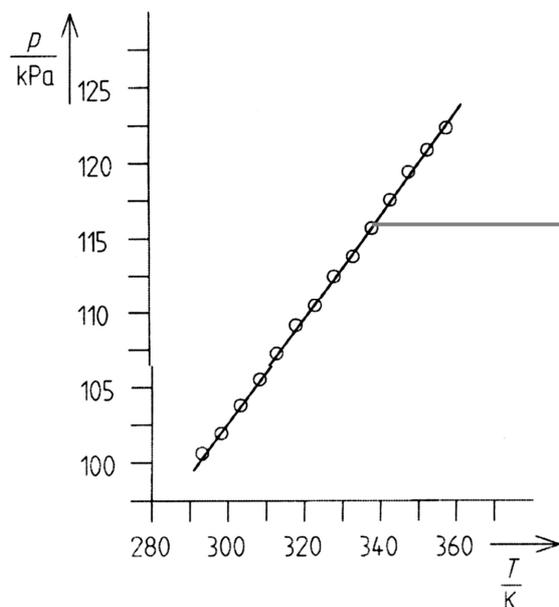
Рис. 4. Зависимость V от P .Рис. 5. Зависимость V от $1/P$ **Опыт 2.** Проверка закона Гей-Люссака.

При той же массе газа были проведены контрольные измерения зависимости объема газа и давления от температуры (таблица 3).

Таблица 3. Зависимость V и P от T

Температура, К	Высота столба воздуха l , мм	Разность высот ртутного столба, мм	Объем, мл	Давление, кПа
293.15	218	0	23.26	100.6
298.15	221	10	23.57	101.93
303.15	225	24	23.98	103.80
308.15	229	37	24.38	105.53
313.15	233	50	24.79	107.27
318.15	237	64	25.20	109.13
323.15	240	74	25.51	110.46
328.15	245	89	26.01	112.46
333.15	248	99	26.32	113.80
338.15	252	113	26.73	115.66
343.15	256	127	27.14	117.53
348.15	260	141	27.55	119.40
353.15	264	152	27.96	120.86
358.15	267	163	28.26	122.33

По данным таблицы 3 построены зависимости объема воздуха от температуры (рис. 6 и рис.7), по которым можно найти α - коэффициент теплового расширения. V_0 - объем моля газа, $V_0 = 0,022414 \text{ м}^3/\text{моль}$ (см. формулу (15)).

Рис. 6. Зависимость V от T .Рис. 7. Зависимость P от T .**Опыт 3.** Проверка закона Шарля.

По данным таблицы 3 можно построить график зависимости давления от температуры, рассчитать термический коэффициент давления β (P_o – атмосферное давление при $t = 0^\circ\text{C}$, (см. формулу (16)).

Из графиков можно найти следующие величины:

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P &= \frac{\nu R}{P} = V_o \alpha \\ \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V &= \frac{\nu R}{V} = P_o \beta \\ \left(\frac{\partial V}{\partial P^{-1}}\right)_T &= \nu RT \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

Следует рассчитать R – универсальную газовую постоянную из уравнения (18). Из определений коэффициентов α , β , χ находим связь между коэффициентом теплового расширения α , термическим коэффициентом давления β и модулем всестороннего сжатия χ .

$$\frac{V_o \alpha \chi}{P_o V \beta} = 1 \quad (22)$$

В формулах использованы значения, соответствующие нормальным условиям:

$T_o = 298,15 \text{ K}$; $P_o = 101,325 \text{ кПа}$, $V_o = 0,022414 \text{ м}^3/\text{моль}$.

Обработка результатов эксперимента

1. Проверка закона Бойля-Мариотта:

- получить зависимость объема V от давления P , занести данные измерений с водяным манометром в таблицу, аналогичную таблице 2;
- построить график зависимости V от $1/P$;
- рассчитать R и χ (модуль всестороннего сжатия) по формуле:

$$\chi = \frac{\beta}{\alpha} P_0 \frac{V}{V_0}, \text{ где } P_0 = 101,325 \text{ кПа, } \beta = 3,628 \cdot 10^{-3} \text{ К}^{-1}; \alpha = 3,621 \cdot 10^{-3} \text{ К}^{-1}$$

2. Проверка закона Гей-Люссака:

- получить зависимость объема V от температуры T , занести данные измерений с водяным манометром в таблицу, аналогичную таблице 3;
- построить график зависимости V от T ;
- рассчитать R и определить коэффициент теплового расширения α .

3. Проверка закона Шарля:

- получить зависимость давления P от температуры T , занести данные измерений с водяным манометром в таблицу, аналогичную таблице 3;
- построить график зависимости P от T ;
- рассчитать R и определить термический коэффициент давления β .

4. Определение коэффициентов α , β , χ и R . Необходимо знать их определения и методику расчета, представленную в разделе «Теоретическое введение». Из проделанных экспериментов по индивидуальному заданию следует рассчитать только возможные два из них.

Расчет погрешностей измерений проводится по общим правилам. Пусть функция $y(a,b,c)$ – это косвенное измерение, тогда погрешность рассчитывается через погрешность прямых измерений (a,b,c) , тогда $\frac{\Delta y}{y} \cong \frac{\partial y}{y} = \partial \ln y(a,b,c)$. Т.к. все величины (a,b,c) измеряются только один раз, то за абсолютные погрешности Δa , Δb , Δc следует брать приборную погрешность. (Для измерительной линейки – это половина наименьшего деления шкалы).

Библиографический список

a) основной

1. Савельев И.В. Курс общей физики. М.: Астрель. АСТ. 5-я книга. 2007. - 368 с.
2. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Т.2.М.:Физматлит.2004.-551с.

б) дополнительный

- Капуткин Д.Е., Шустиков А.Г. Физика. Обработка результатов измерений при выполнении лабораторных работ. Учебное пособие. - М.: МИСиС, 2007.-108 с.
- Батулин Б.Н. Правила электробезопасности при выполнении лабораторных работ. Учебное пособие. М.: МИСиС.1995.-38с.

Контрольные вопросы

- Какой процесс называется изотермическим? Каким уравнением он описывается?
- Какой процесс называется изобарическим? Каким уравнением он описывается?
- Какой процесс называется изохорическим? Каким уравнением он описывается?
- Как в данной работе определяется коэффициент теплового расширения α ?
- Как в данной работе определяется термический коэффициент давления β ?
- Как в данной работе определяется модуль всестороннего сжатия χ ?
- Как связаны между собой коэффициенты α , β и χ ?

Индивидуальные задания

Задаие 1

- вывести формулу основного уравнения состояния идеального газа.
- Снять зависимость объема от давления при постоянной массе и температуре (как в задаче 1), данные занести в таблицу 2. Начертить график V от $1/P$, по которому рассчитать χ , если $\alpha = \beta$.
- Рассчитать погрешность измерений объема

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta d}{d} + \frac{\Delta l}{l} + \frac{\Delta \pi}{\pi}, \text{ при } V_0 = const.$$

Записать результат $V = \bar{V} \pm \Delta \bar{V}$.

Задаие 2

- Из основного уравнения состояния идеального газа получить уравнения состояний для изотермы, изобары, изохоры.
- Провести измерения зависимости объема от температуры, данные занести в таблицу 3. Построить график зависимости V от T и сравнить его с теоретическим законом Гей-Люссака.
- Рассчитать по графику коэффициент теплового расширения α .

Задание 3.

- Из определения коэффициентов α , β , χ получить соотношение $\frac{V_0 \alpha \chi}{P_0 V \beta} = 1$
(использовать уравнения 15, 16, 17, 22).

2. Провести измерение давления от температуры, данные занести в таблицу 3. Построить график зависимости P от T . Рассчитать по графику термический коэффициент давления β .
3. Рассчитать погрешность измерений давления и представить результат в виде:

$$P = \bar{P} \pm \Delta\bar{P}.$$

Задание 4.

1. Вывести формулу закона Менделеева-Клайперона.
2. Снять зависимость объема от давления при $T = const$ и $V = const$, данные занести в таблицу 2. Построить график зависимости V от P и сравнить его с законом Бойля-Мариотта.
3. Рассчитать модуль всестороннего сжатия воздуха χ по формуле:

$$\frac{V_0 \alpha}{P_0 V \beta} \chi = 1, \text{ где } P_0 = 101,325 \text{ кПа, если } \alpha = 3,621 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}, \beta = 3,628 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$$